DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA FLORESTAL

PRINCIPIOS BÁSICOS DE DENDROMETRIA

JOSÉ ANTÔNIO ALEIXO DA SILVA

FRANCISCO DE PAULA NETO

Imprensa Universitária da UFRPE

1979

Universidade Federal Rural de Pernambuco
Departamento de Ciência Florestal

Universidade de Brasília
Departamento de Engenharia Florestal

FICHA CATALOGRÁFICA
elaborada pela Biblioteca Central da Universidade de Brasília

S586 Silva, José Antônio Aleixo da
Princípios básicos de dendrometria / José Antônio Aleixo da Silva e Francisco de Paula Neto, atualizada por José Imaña - Encinas e Otacílio Antunes Santana – Recife: Universidade Federal Rural de Pernambuco, Departamento de Ciência Florestal, 1979.
191p. : il.

ISBN 85-87599-24-0

1. Dendrometria. 2. Mensuração florestal. 3. Silvimetria. 4. Engenharia florestal medição. I. Paula Neto, Francisco. II. Imaña-Encinas, José. III. Santana, Otacílio Antunes. IV. Título.

CDU – 634.0.5

Patrocinador da edição digital

APRESENTAÇÃO

Nosso trabalho na realidade não é uma invocação no campo da Dendrometria, mas sim um fruto da junção de informações conhecidas por muitos, mas pertencem a vários livros publicados por diversos autores.

Sabe-se que a dificuldade de se conseguir livros textos no assunto e escritos em português é grande pelo fato de que a Ciência Florestal no Brasil apesar do avanço alcançado ainda ser muito jovem em termos de curso superior, pois o primeiro curso implantado no Brasil está com 19 anos.

O presente trabalho não foi elaborado com a única preocupação de ser publicado como um trabalho texto em português, mas sim também, para cumprir os requisitos da disciplina Problema Especial do Curso de Mestrado em Ciências Florestais da Universidade Federal de Viçosa, o qual fizemos parte como aluno e como professor orientador.

Portanto como citamos anteriormente este trabalho não é uma inovação, mas na realidade uma pesquisa bibliográfica sobre Dendrometria onde tentamos reunir o máximo possível de informações sobre o assunto com a finalidade de auxiliar estudantes desta disciplina a obterem informações sem terem o trabalho de pesquisar muitos livros como fizemos para que este trabalho fosse elaborado.

Assim sendo, todas as críticas e sugestões serão aceitas de bom grado, pois os erros cometidos serão corrigidos e as sugestões serão adicionadas.

No final desta apresentação queremos agradecer aos Professores: Mário Bezerra, Expedito Couceiro, Amaro Matias e José Pires Torres pelas correções e suporte financeiro, e em especial ao professor João Carlos Chagas Campos pela valorosa colaboração na ordenação e elaboração deste trabalho.

JOSÉ ANTÔNIO ALEIXO DA SILVA
FRANCISCO DE PAULA NETO

Recife, 13 de julho de 1979.

PRÓLOGO DA EDIÇÃO DIGITAL

É um fato indiscutível que a obra "Princípios Básicos de Dendrometria" publicada em 1979, como apostila, foi considerada nos cursos de Engenharia Florestal, existentes no País, como texto de consulta obrigatória da disciplina de Dendrometria e de outras disciplinas da mensuração florestal.

Na formação do engenheiro florestal, a notável contribuição desta obra ficou registrada na sua citação bibliográfica em diversos livros e trabalhos científicos que foram publicados nesta especialidade.

Com a devida autorização do autor principal, Prof. Dr. José Antônio Aleixo da Silva da Universidade Federal Rural de Pernambuco, é que atualizamos e transformamos a obra em meio digital, que certamente poderá ficar mais accessível ao público interessado na referida especialidade.

No atual mundo globalizado em que a sociedade fica mais exigente na busca do conhecimento, esta versão digital vem a preencher inclusive uma premente necessidade de atender ao setor do ensino a distância, setor que se vislumbra como um dos caminhos mais eficientes na formação de profissionais e na correspondente transferência tecnológica.

Temos certeza que esta obra continuará sendo baluarte na formação dos engenheiros florestais, e nesse sentido se constituirá em imprescindível texto de consulta na especialidade de Dendrometria.

Os autores desta obra agradecem à Fundação de Empreendimentos Científicos e Tecnológicos – FINATEC pelo apoio financeiro recebido que permitiu a edição digital de 1.000 cópias em CD.

JOSÉ IMAÑA-ENCINAS
Professor, Universidade de Brasília

OTACÍLIO ANTUNES SANTANA
Doutorando do Programa em Ciências Florestais
Universidade de Brasília

Brasília, 16 de maio de 2006.

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO

Quando se estuda qualquer disciplina, necessário se faz o conhecimento de dados anteriores sobre os assuntos que ela trata, para que o estudante fique conhecendo como tal disciplina surgiu, como se desenvolveu e quais as razões que a levaram até nossos dias sem que entrasse em decadência.

Assim sendo, a Dendrometria é um ramo das Ciências Florestais que surgiu quando os homens sentiram a necessidade de estimar ou determinar quantitativamente o que possuíam em termos de recursos florestais.

O termo DENDROMETRIA é de origem grega, significando medida da árvore (DENDRO = árvore; METRIA = medida). Numa definição mais ampla pode-se conceituar a Dendrometria como um ramo da Ciência Florestal que se encarrega da determinação ou estimação dos recursos florestais, quer seja da própria árvore ou do próprio povoamento, com finalidade de predizer com precisão o volume, o incremento ou a produção de um determinado recurso florestal.

A palavra Dendrometria também é conhecida pelos seguintes sinônimos: Dasometria, Silvimensuração, Medição Florestal, Mensuração Florestal e Silvimetria.

Portanto, a Dendrometria surgiu para atender objetivos específicos, dentre eles os comerciais, os de ordenação florestal e os de pesquisas (34).

1.1 OBJETIVOS COMERCIAIS

Houve épocas em que a destruição das florestas com finalidades de se fazer plantios agrícolas, principalmente cereais, era recompensada por prêmios, como ocorreu na Inglaterra no reinado de Carlos I, medida esta que foi adotada também na Escócia por Crowell, que visava o aumento da produção de ovelhas. Com medidas como estas houve uma perspectiva de falta de madeira em várias regiões da Europa, o que levou os povos da Alemanha, França, Itália, Suíça e outros países a estimar com suficiente precisão o que se retirava das florestas para venderem ou comprarem. Com isso, surgiram métodos de medição dos produtos e subprodutos florestais (51).

1.2 OBJETIVOS DE ORDENAMENTO

Contudo, não só os objetivos florestais imediatos são considerados numa medição, pois a floresta representa um capital que rende.

Para que o homem consiga isto, necessário se faz que a retirada dos produtos florestais de uma dada área, equivalha o que cresce na mesma área, o que se chama de Rendimento Sustentado, que é definido por Gerhard Speidel (16) como sendo: "manter a capacidade de uma floresta, de modo que ela possa fornecer, permanentemente e racionalmente, produtos florestais, bem como contribuições à infra-estrutura, através de bens indiretos em favor das atuais gerações e do futuro". Para se atingir estas condições a empresa florestal deve elaborar Planos de Ordenamento Florestal a longo prazo e bastante eficazes. Pois sem eles não haverá desenvolvimento de uma moderna economia florestal. Mas para se ordenar corretamente uma floresta, é preciso se conhecer com precisão o desenvolvimento da floresta, das espécies e dos locais ou sítios.

1.3 OBJETIVOS DE PESQUISAS

Para se determinar ou estimar com precisão o desenvolvimento de uma floresta, se faz preciso usar técnicas especiais, técnicas essas que avançam a medida que se desenvolvem novos métodos, novos conhecimentos, novos instrumentos, tabelas, técnicas de amostragens etc. Mas para que isso aconteça necessário se faz pesquisas no campo da Dendrometria, pois, como qualquer outra ciência a pesquisa deve anteceder a prática.

A importância da Dendrometria na Ciência Florestal, está no fato da mesma envolver-se em outros ramos, tais como: fotogrametria e foto-interpretação, geoprocessamento, inventário florestal, economia florestal, silvicultura etc.

No Brasil a Dendrometria adquire maior importância, pelo fato de contribuir para o conhecimento e avaliação das florestas, fornecendo elementos para o desenvolvimento do ordenamento racional, sob os aspectos quantitativos de nossas matas, que ainda são pouco conhecidas.

1.4 TIPOS DE MEDIDAS

1.4.1 MEDIDA DIRETA

Refere-se a medidas feitas pelo homem diretamente sobre a árvore, exemplo: DAP, CAP, comprimento de toras, espessura da casca, número de anéis de crescimento, altura de árvores abatidas etc. Portanto, quando se usa uma medida direta, estar-se-á procedendo na realidade a uma "determinação", que não deve ser confundida com a "estimação" que implica em uma medição indireta ou estimativa.

1.4.2 MEDIDA INDIRETA

São medidas que estão fora do alcance direto do homem, tomadas na maioria das vezes com auxílio de métodos óticos. Exemplo: altura de árvore em pé, área basal e diâmetro a várias alturas usando-se o Relascópio de Bitterlich, diâmetro da árvore em pé com o Pentaprisma de Wheeler, etc.

1.4.3 MEDIDA ESTIMATIVA

São baseadas em métodos estatísticos, onde se estima variáveis mensuráveis da árvore ou do povoamento. É um tipo de medida bastante utilizada pelo fato de ser econômica e se ganhar tempo, pois, as medidas são tomadas em áreas amostrais e extrapoladas para o conjunto total através de nomogramas, curvas, equações, tabelas etc. É um tipo de medida que quando bem planejada, oferece a um determinado nível de probabilidade, resultados bastante preciosos (34).

1.5 SISTEMA DE MEDIDAS

No passar dos anos, foi aplicado e desenvolvido um grande número de sistemas de medidas, sendo que com o desenvolvimento do comércio, estes sistemas foram se reduzindo para que houvesse um melhor entendimento. Hoje em dia, o sistema de medidas está reduzido basicamente a dois: o sistema métrico, usado na maioria dos países e o sistema inglês, usado nos países de língua inglesa. Mas como o sistema inglês apesar de complexo, é o sistema básico de mensuração florestal nos Estados Unidos, como também em outros centros onde a ciência florestal é bem desenvolvida, se faz necessário a sua adoção ao sistema métrico utilizado no Brasil, que é um sistema decimal e de fácil manipulação. Segue-se algumas medidas comumente usadas em países de língua inglesa, seguidas de suas dimensões correspondentes:

1 cord = 4′ x 4′ x 8′ = 90 pés cúbicos sólidos de madeira;
1 cord (90 cúbicos) = 2.549m³;
1 estéreo = 1 metro cúbico (não sólido) de lenha empilhada;
1 metro cúbico = 0,3924 cord = 35,3145 pés cúbicos;
1 board foot = 1′ x 1′ x 1″.

Para aqueles que manipulam com bibliografia inglesa, segue-se uma seqüência de fatores de conversão.

a) MEDIDAS DE ÁREA

MULTIPLICAR	POR	PARA OBTER
Acres	0,4047	Hectares
Acres	43560	Pés quadrados
Acres	6272640	Polegadas quadradas
Acres	4047	Metros quadrados
Ares	0,02471	Acres
Ares	100	Metros quadrados
Centiares	1	Metro quadrado
Centímetros quadrados	$1,076 \times 10^{-3}$	Pés quadrados
Centímetros quadrados	0,1550	Polegadas quadradas
Centímetros quadrados	10^{-4}	Metros quadrados
Hectares	2,471	Acres
Hectares	$1,076 \times 10^{-5}$	Pés quadrados
Jardas quadradas	$2,066 \times 10^{-4}$	Acres
Jardas quadradas	9	Pés quadrados
Jardas quadradas	1296	Polegadas quadradas
Jardas quadradas	0,8361	Metros quadrados
Metros quadrados	$2,471 \times 10^{-4}$	Acres
Metros quadrados	10,76	Pés quadrados
Metros quadrados	1550	Polegadas quadradas
Metros quadrados	1,196	Jardas quadradas
Pés quadrados	$2,296 \times 10^{-5}$	Acres
Pés quadrados	929	Centímetros quadrados
Pés quadrados	144	Polegadas quadradas
Pés quadrados	0,09290	Metros quadrados
Pés quadrados	1/9	Jardas quadradas
Polegadas quadradas	6,452	Centímetros quadrados
Polegadas quadradas	$6,944 \times 10^{-3}$	Pés quadrados
Polegadas quadradas	$7,716 \times 10^{-4}$	Jardas quadradas

b) MEDIDAS DE COMPRIMENTO

Centímetros	$3,281 \times 10^{-2}$	Pés
Centímetros	0,3937	Polegadas
Centímetros	0,01	Metros
Correntes	20,1168	Metros
Jardas	3	Pés
Jardas	91,44	Centímetros
Jardas	36	Polegadas
Jardas	0,9144	Metros
Metros	100	Centímetros
Metros	3,281	Pés
Metros	39,37	Polegadas
Metros	10^{-3}	Quilômetros
Metros	1,094	Jardas
Pés	30,48	Centímetros
Pés	12	Polegadas
Pés	0,3048	Metros

Polegadas	2,540	Centímetros
Polegadas	$8{,}333 \times 10^{-2}$	Pés
Polegadas	$2{,}778 \times 10^{-2}$	Jardas

c) MEDIDAS DE VOLUME

Centímetros cúbicos	$3{,}531 \times 10^{-5}$	Pés cúbicos
Centímetros cúbicos	$6{,}102 \times 10^{-5}$	Polegadas cúbicas
Centímetros cúbicos	10^{-6}	Metros cúbicos
Cord-feet	4ft x 4ft x 1ft	Pés cúbicos
Cords	8ft x 4ft x 4ft	Pés cúbicos
Jardas cúbicas	$7{,}646 \times 10^{5}$	Centímetros cúbicos
Jardas cúbicas	27	Pés cúbicos
Jardas cúbicas	46656	Polegadas cúbicas
Jardas cúbicas	0,7646	Metros cúbicos
Metros cúbicos	10^{6}	Centímetros cúbicos
Metros cúbicos	35,31	Pés cúbicos
Metros cúbicos	61,023	Polegadas cúbicas
Metros cúbicos	1,308	Jardas cúbicas
Pés cúbicos	1/3	Jardas
Pés cúbicos	$2{,}832 \times 10^{4}$	Centímetros cúbicos
Pés cúbicos	1728	Polegadas cúbicas
Pés cúbicos	0,02832	Metros cúbicos
Pés cúbicos	0,03704	Jardas cúbicas
Polegadas cúbicas	16,39	Centímetros cúbicos
Polegadas cúbicas	$5{,}787 \times 10^{-4}$	Pés cúbicos
Polegadas cúbicas	$1{,}639 \times 10^{-5}$	Metros
Polegadas cúbicas	$2{,}143 \times 10^{-5}$	Jardas cúbicas

1.6 TIPOS DE ERROS

Ao tomar qualquer medida ou estimativa, se esta sujeita a cometer erros, que quando conhecidos, podem ser reduzidos ao mínimo, pelo emprego de bons aparelhos e evitando-se a predisposição pessoal que é um erro tendencioso que ocorre muito nas mensurações florestais. Os tipos de erros podem ser classificados em:

a. Erros compensantes – são erros que independem do operador e sempre é maior em instrumentos de menor exatidão. Ex: usando-se uma suta graduada em cm, no final do trabalho comete-se um erro compensante maior que se tivesse usada uma suta graduada em mm, pois não precisaria fazer arredondamentos de unidade;

b. Erros de estimação – são erros provenientes de amostragens, onde se mede parte de uma população e se extrapola valores para toda a população. São estimáveis estatísticas que não podem ser evitadas, a não ser que se medisse toda a população. Na prática florestal, para se ter

trabalhos mais precisos, utiliza-se o chamado "Limite de Confiança", que não dá valores médios exatos, mas dá um espaço limitado onde o valor real deverá se enquadrar. Ex: altura média da população (ħ) = 18,7 ± 1,8 metros. Isto quer dizer que a altura média da população deve estar entre 16,9 m e 20,5 m;

c. Erros sistemáticos – são erros que ocorrem mais, pois são causados por defeitos no aparelho ou inabilidade do operador em manusear o aparelho. Repetem-se freqüentemente e geralmente em um mesmo sentido, isto é, ou por excesso ou por falta. Ex: utiliza-se suta que possua o braço móvel desajustado, o que poderá fornecer um DAP menor que o real.

As ocorrências de tais erros influem na precisão ou exatidão do trabalho realizado. Portanto, é importante se ter conhecimento destes dois termos.

- Exatidão refere-se à maior ou menor aproximação, como também os cuidados com que são tomadas as medidas de quaisquer variáveis. Assim sendo, dependendo da finalidade do trabalho ou pesquisa, usa-se aparelhos com maior ou menor aproximação, como por exemplo: fitas de diâmetro graduadas em milímetros ou centímetros, sutas graduadas em centímetros ou meio centímetro etc. Portanto, a exatidão está relacionada com a aproximação feita no instrumento usado.

- Precisão, embora associada a exatidão, refere-se ao erro padrão de estimação e é calculado medindo-se vários indivíduos com diferentes aparelhos. Aqueles que apresentarem menor erro padrão, serão mais precisos. Como a precisão de uma única leitura é relativamente baixa, deve-se repetir a leitura para se ter melhor precisão, como por exemplo, tomar-se medidas de alturas com instrumentos óticos.

2. IDADE DAS ÁRVORES E DOS POVOAMENTOS

Uma das mais importantes características de um povoamento florestal é sem dúvida alguma, a idade, pois, é através dela que o técnico florestal pode avaliar o incremento em termos de volume, diâmetro ou altura de uma dada espécie em um determinado local. A idade do povoamento também é preciso ser conhecida quando se quer construir curvas de site index, pois as mesmas servem como uma variável em função da qual houve um acréscimo em altura das árvores daquele local, além de servir de base comparativa para espécies semelhantes em locais distintos.

O engenheiro florestal precisa conhecer a idade das árvores a cada passo, já que quando se vai explorar uma mata, a marca ou critério de exploração é expressa pela idade.

Em plantios artificiais o problema da idade das árvores não é pronunciado, em virtude de que as industriais de madeira normalmente possuem catálogos com dados de acompanhamento do crescimento das árvores, como também, o que é bastante lógico, suas idades. Neste caso, o engenheiro florestal recorre aos arquivos das empresas a fim de obter, com bastante precisão e em curto período de tempo, os dados referentes as idades.

No Brasil a Ciência Florestal é relativamente nova e suas florestas são em sua grande maioria nativas, compostas de inúmeras espécies. Assim a mensuração da idade passa a ser um grande problema, o que requer do engenheiro florestal o conhecimento de técnicas especificas que o ajudam a determinar a idade das árvores.

2.1 IDADE DAS ÁRVORES

A determinação das idades de árvores só é problema em povoamentos não manejados, na maioria dos casos nativos, onde não se possui nenhum dado registrado com referência a idade das árvores. Para determinar a idade das árvores o engenheiro florestal poderá recorrer a alguns métodos existentes, cuja precisão varia de um para outro, bem como de espécie para espécie e da habilidade do observador. Dentre os métodos usados os mais conhecidos são:

2.1.1 OBSERVAÇÃO

Embora seja um método de baixa precisão, é na prática muito usado. Neste caso, o conhecimento direto de certa espécie, vegetando sob determinadas condições ambientais, é capaz de dar uma idéia aproximada da idade do povoamento.

A conformação da árvore e o aspecto da casca podem ser características morfológicas decisivas no resultado final. Como exemplo cita-se: o rasar das copas, geralmente traduz idade avançada; o avermelhar e o alisar da casca rugosa e áspera do pinheiro bravo, traduz que se atingiram às fases da exploração.

Este é um método muito utilizado pelos mateiros. (Mateiros são pessoas que vivem trabalhando dentro das matas e são bons conhecedores dos hábitos de desenvolvimento das espécies das matas em que eles trabalham).

2.1.2 CONTAGEM DO NÚMERO DE VERTICILOS

Existem essências florestais, nas quais os verticilos dos ramos se mantêm nítidos através da vida do indivíduo, o que fornece uma base para determinação da idade. Este método é baseado no fato de que o número de verticilos corresponde a idade da árvore. Somente poucas espécies se apresentam para este método, merecendo citação a *Araucaria excelsa*, na qual os verticilos se dispõem com regularidade durante toda vida. O inconveniente que este método apresenta é que ocorre uma tendência dos verticilos inferiores (base) caírem com o avanço da idade da árvore, dificultando sua determinação que tem que ser feita pelas respectivas marcas deixadas pelos verticilos que caírem.

2.1.3 ANÉIS DE CRESCIMENTO

É um método bastante preciso e muito difundido. Para se determinar a idade das árvores se mede e se analisam os anéis de crescimento da árvore.

A atividade cambial da árvore vai acrescentando, ano a ano, camadas justapostas de material lenhoso, formando assim os chamados anéis de crescimento que são compostos de duas camadas. Este crescimento em diâmetro é mais rápido nos primeiros tempos do período vegetativo atenuando-se consideravelmente à medida que este decorre. A fração do acréscimo anual produzida para o fim da estação de crescimento, designada por "lenho de fecho, de verão ou tardio" tem geralmente cor mais escura e é, frequentemente, constituída por um maior número de células por unidade de área (32).

A outra parte mais clara é formada pelo acréscimo anual no início da estação e é denominada de "lenho inicial ou de Primavera". Em alguns casos são empregados meios físicos, óticos e químicos para aumentar a distinção entre as camadas.

A formação desses anéis requer um período de estiagem durante o ano, o que se verifica em clima temperado.

Para executar o método, secciona-se a árvore o mais próximo possível do chão, para se ter certeza de que vai contar todos os anéis. Mas como seccionar a árvore muitas vezes não é o ideal, pode-se executar também o método, empregando-se um instrumento de origem sueca, denominado "increment borer" conhecido em português como verruma ou trado (Figura 1).

Figura 1. Trado.

O trado consta de uma broca oca com a extremidade afiada. Encostado à extremidade da árvore, no ponto desejado e efetuando o descasque quando necessário, comprime-se fortemente o instrumento de encontro ao tronco, e ao mesmo tempo em que se roda devagar o respectivo braço. Feita a penetração do trado até a profundidade conveniente, retira-o e introduz no seu interior o extrator, que é uma peça que retira a amostra do lenho sem ofender os anéis de crescimento, e posteriormente faz-se a contagem.

Quando se emprega o trado, a contagem por efeito de comodidade, deve ser tomada na altura padrão do DAP (1,30 m acima do solo), precisando, todavia, acrescentar na leitura feita, o número de anos necessário para a árvore atingir essa altura.

Em plantios equiâneos, as árvores escolhidas devem pertencer à classe das dominantes ou codominantes, pois, estas garantem que durante o crescimento essas árvores sofreram pouca concorrência, o que proporcionam uma distribuição concêntrica dos anéis.

Outras dificuldades que podem surgir na contagem dos anéis de crescimento, é a existência dos chamados “falsos anéis”, capazes de provocar erro, que consiste em considerar certa camada anual como se fosse produzida em dois anos sucessivos. Esses falsos anéis aparecem quando ocorrem períodos curtos de seca e chuva, resultando em mais de um ciclo de crescimento durante um mesmo ano. Quando se formam os falsos anéis, o lenho inicial parece transitar para o lenho tardio, o qual termina bruscamente ali onde confina com o lenho inicial seguinte. Devido a esses falsos anéis múltiplos, omissos ou descontínuos, a contagem dos anéis nem sempre indica a idade da árvore. Em *Pinus palustris*

(long leaf pine) a contagem dos anéis é particularmente inadequada, uma vez que esta espécie não forma na sua juventude anéis de crescimento (32).

Como nas espécies tropicais não aparece contraste entre o lenho inicial e o tardio, pois não existe diferenciação entre as estações de crescimento, o método de contagem do número de anéis não pode ser empregado.

Um método que pode surtir efeito é proceder a medições periódicas nas árvores de algumas parcelas de estudo, relativamente, às várias espécies. Partindo do estudo do crescimento e das condições que o afetam resultam idades médias, em correspondência com os vários estados de desenvolvimento e com a resultante dos fatores de crescimento.

2.1.4 MÉTODOS DE ANÁLISE DO TRONCO

Nestes métodos, que são mais precisos que os citados anteriormente, também se faz necessários o seccionamento das árvores e a contagem de seus números de anéis, através dos quais se fazem estudos sobre a evolução da árvore, o que é muito importante para se ter idéia precisa sobre o crescimento em altura, em diâmetro, em volume, além de permitir a determinação do fator de forma de cubagem.

Os dados seguintes na Tabela 1, correspondem à análise de tronco de uma árvore de *Araucaria angustifolia*, a vários níveis de medição (4).

Supondo-se que se precisou de 1 ano para a árvore atingir a altura do toco deixado no solo (30 cm), então a árvore terá 17 anos, pois a este nível foram encontrados 16 anéis.

Existem dois métodos de análise do tronco: a análise total do tronco (método supracitado) e a análise parcial do tronco, que apresenta a vantagem de poder ser realizada em maior número de árvores sem que seja preciso abatê-las.

Neste método emprega-se o trado para retirada dos anéis de crescimento, e com a contagem exata dos anéis realizada nas amostras do lenho, temos condições de saber a idade da árvore como também os estudos dos incrementos. Este método é bastante semelhante ao citado no item 2.1.3.

Tabela 1. Análise do número de anéis de *Araucaria angustifolia,* a vários níveis de medição.

Níveis de medição (m)	*Número de anéis*	*Idade do nível (anos)*
0,30	16	1
1,30	15	2
3,30	13	4
5,30	11	6
7,30	10	7
9,30	7	10
11,30	5	12
12,30	3	14
13,30	2	15
14,30	0	17

No método da análise total do tronco, existem condições de traçar o Perfil Longitudinal da Árvore, que praticamente reconstitui o desenvolvimento da árvore (Figura 2). Também é possível fazer análise do tronco em tocos de árvores abatidas e tábuas de madeira (Figura 3).

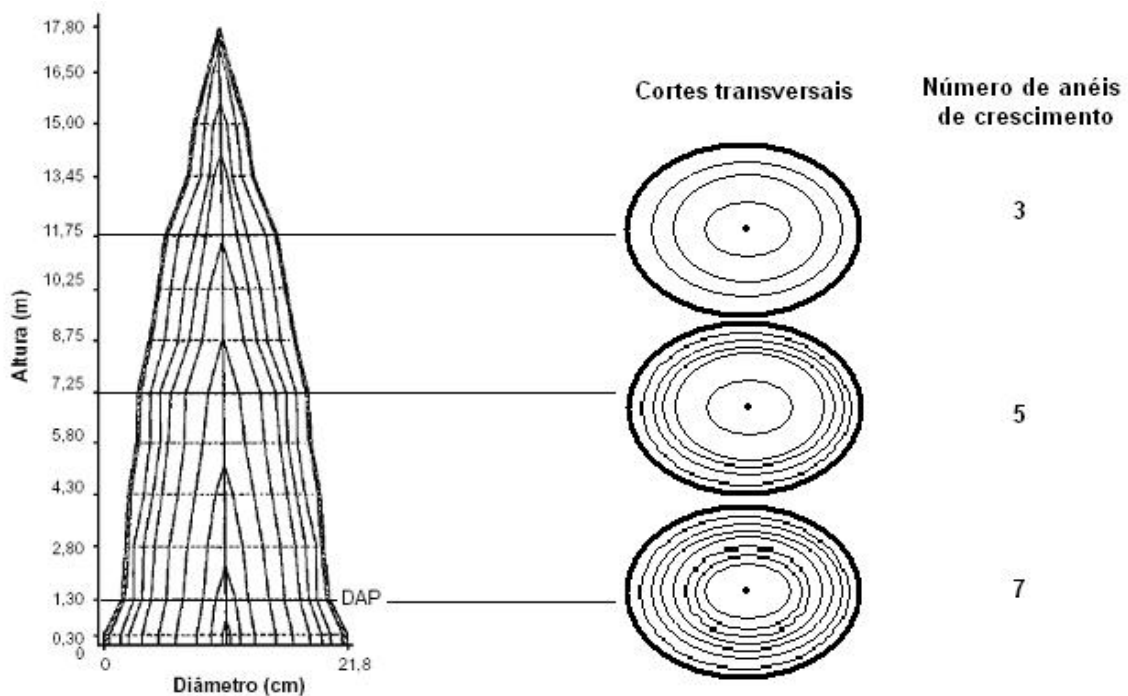



Figura 2. Perfil longitudinal de uma árvore e possibilidade de contagem dos anéis de crescimento.

Como existem árvores cuja madeira é muito resistente, principalmente entre as folhosas, o emprego do trado se torna impraticável, o que anula o método de análise parcial do tronco.

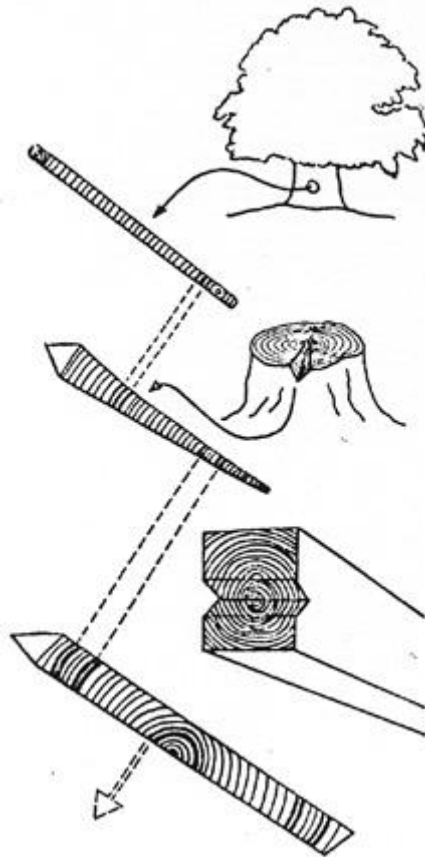



Figura 3. Análise do tronco em tocos de árvores abatidas e tábuas de madeira

Para facilitar as operações e minimizar esforços na coleta e retirada de cilindros de crescimentos, foram desenvolvidos, na Europa, alguns aparelhos portáteis elétricos, cujo peso é de aproximadamente 18,5 Kg. Contudo sua eficiência em termo de tempo é somente 20% superior aos equipamentos manuais (33). Como esse equipamento elétrico é relativamente pesado e caro, seu uso é reduzido.

Com isso, nota-se que pelas deficiências e inseguranças dos métodos, vê-se claramente a necessidade de se contar com registros precisos das datas de plantios das árvores.

2.2 IDADE DOS POVOAMENTOS

A idade do povoamento só pode ser determinada, quando na realidade este povoamento for equiâneo (árvores de mesmas idades), na situação em que todas as árvores possuam exatamente a mesma idade, bastará se fazer a análise total do tronco de uma árvore e se ter toda idade do povoamento. Mas na realidade, em qualquer povoamento equiâneo existe uma variação de idade que pode ser de

1 a 5 anos conforme o caso, pois este período pode ser maior que 10 anos, em conformidade com os longos períodos de regeneração (22).

Nestes casos, a determinação da idade do povoamento pode ser feita das seguintes maneiras:

a. tomar a idade média de árvores escolhidas ao acaso;
b. tomar a idade média de um número de árvores que representam o povoamento;
c. tomar a idade média das árvores dominantes e codominantes;
d. tomar a idade média de algumas árvores, cujos diâmetros se situam, próximos do diâmetro médio do povoamento.

Os dois últimos casos são os que oferecem melhores resultados segundo GOMES (22).

Quando a floresta é multiânea, a idade torna-se função da estrutura da floresta, o que geralmente se consegue por tabelas de produção, que são relações numéricas, obtidas graficamente ou analiticamente, que prevê os volumes por unidade de área em função da idade, densidade e índice de sítio.

Como estas tabelas são poucas, geralmente usam-se fórmulas que têm sido aceitas de acordo com a objetividade e o interesse prático.

Desta maneira a idade média do povoamento multiâneo poderá ser tomada a partir do conhecimento do acréscimo médio anual em volume (*iV*) e do volume total da floresta (V).

O acréscimo é dado por:

$$iV = \frac{V(m^3)}{I(anos)} \therefore I = \frac{V}{iV}$$

Volume total da floresta será a somatória de volumes parciais dos (N) grupos de amostras ditas equiâneos, isto é:

$$V_t = V_1 + V_2 + V_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + V_n$$

O acréscimo total será:

$$it = i_1 + i_2 + i_3 + \ldots\ldots\ldots + i_n$$

Em ambos os casos, precisa-se de medições periódicas, para se obter os acréscimos, ou análise de troncos dentro das parcelas amostrais.

O cálculo da idade será o seguinte:

$$Im = \frac{V_1 + V_2 + V_3 + ...+ V_n}{i_1 + i_2 + i_3 + ...+ i_n}$$

Esta fórmula é de aplicação difícil, pelas variáveis que envolvem.

Demonstra-se que pode dar-lhe a forma:

$$Im = \frac{G_1 I_1 + G_2 I_2 + G_3 I_3 + ...+ G_n I_n}{G_1 + G_2 + G_3 + ...+ G_n}$$

onde: G_1, G_2, ... G_n = áreas basais totais
I_1, I_2, ... I_n = idades médias das parcelas ditas equiâneas.

Quando a mata multiânea é bem conduzida, pode se admitir que as parcelas possuem áreas basais semelhantes, reduzindo a fórmula a:

$$Im = \frac{I_1 + I_2 + I_3 + ...+ I_n}{n}$$

onde: I_1, I_2, ... I_n possuem a mesma simbologia anterior.

2.2.1 IDADE MÉDIA

Dentre as fórmulas que dão a idade média do povoamento, GOMES, cita as seguintes:

a) Fórmula da média aritmética

$$IM = \frac{I_1 + I_2 + I_3 + ...+ I_n}{n}$$

onde: IM = idade média
I_1, I_2, ... I_n = classe de idade

Considerando o número de árvore para cada classe, a fórmula é:

$$IM = \frac{I_1 N_1 + I_2 N_2 + I_3 N_3 + ...+ I_n N_n}{N_1 + N_2 + N_3 + ...+ N_n}$$

onde: N_1, N_2, ... N_n = número de árvores por classe de idade.

b) Fórmula de Heyer (geométrica)

$$IM = \frac{g_1 I_1 + g_2 I_2 + g_3 I_3 + ...+ g_n I_n}{g_1 + g_2 + g_3 + ...+ g_n}$$

onde: g_1, g_2, ... g_n = área basal das classes diamétricas
I_1, I_2, ... I_n = idade das classes diamétricas

c) Fórmula de Block (xilômetro)

$$IM = \frac{V_1 I_1 + V_2 I_2 + V_3 I_3 + ...+ V_n I_n}{V_1 + V_2 + V_3 + ...+ V_n}$$

onde: V_1, V_2, ... V_n = volume de cada classe diamétrica

d) Fórmula de Smalian

$$IM = \frac{V_1 + V_2 + V_3 + ...+ V_n}{\frac{V_1}{I_1} + \frac{V_2}{I_2} + \frac{V_3}{I_3} + ...+ \frac{V_n}{I_n}}$$

onde: V_1, V_2, ... V_n = volume de cada classe diamétrica.

3. DIÂMETRO E ÁREA BASAL

Basicamente, o maior objetivo da Dendrometria é a avaliação dos volumes de árvores isoladas ou do povoamento (30). Portanto, como o diâmetro ou a circunferência desempenha um importante papel no cálculo do volume, da área basal ou do crescimento, os mesmos devem ser tomados com bastante precisão, pois quaisquer tipos de erros cometidos na tomada de ambos podem comprometer seriamente o trabalho do engenheiro florestal.

Nos países em que se adota o sistema métrico, o diâmetro ou a circunferência são tomados a altura do peito (1,30 m), e por esta razão denominada de DAP (diâmetro a altura do peito) ou CAP (circunferência a altura do peito).

Entre as razões pelas quais o DAP ou CAP são tomados como as mais importantes medidas sob a árvore, pode-se citar 4 delas:

1 – em comparação as outras variáveis mensuráveis, o DAP ou CAP são mais accessíveis;

2 – afetam o cálculo do volume quadraticamente, pois $V = g \cdot h \cdot f$

onde: $g = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$

h = altura
f = fator de forma (ver cap. 6);

3 – serve para dar a freqüência com que as árvores ocorrem no povoamento, através da distribuição diamétrica, que é um importante resultado do inventário florestal;

4 – a área basal de um povoamento é calculada pela somatória das áreas transversais de todas as árvores ($G = \sum g_i$), dependendo, portanto, dos diâmetros das árvores (29). Área basal é tomada geralmente por hectare, expressando a densidade populacional em um determinado terreno (30).

Por uma simples transformação matemática, a través do valor de π (pi) é possível transformar o DAP em CAP ou vice-versa. Far-se-á referência ao DAP uma vez que a literatura emprega quase que exclusivamente esta variável.

Como a secção transversal do tronco se aproxima da forma circular, para propósitos práticos, assume-se tal forma.

Portanto:

$$C = 2\pi R$$

onde: C = comprimento da circunferência;
π = 3,1416
R = raio da circunferência.

$$C = 2\pi \frac{d}{2} \qquad \text{onde} \quad d = 2R$$

$$C = \pi d \rightarrow CAP = \pi \ DAP \ \therefore \ DAP = \frac{CAP}{\pi}$$

Em termos de área seccional (g) tem-se:

$$g = \pi \ \frac{d^2}{4} \ \rightarrow \ g = \frac{\pi \ (C/\ \pi)^2}{4} \therefore g = \frac{\pi \ . \ (C^2/\ \pi^2)}{4} \therefore g = \frac{C^2}{4\pi}$$

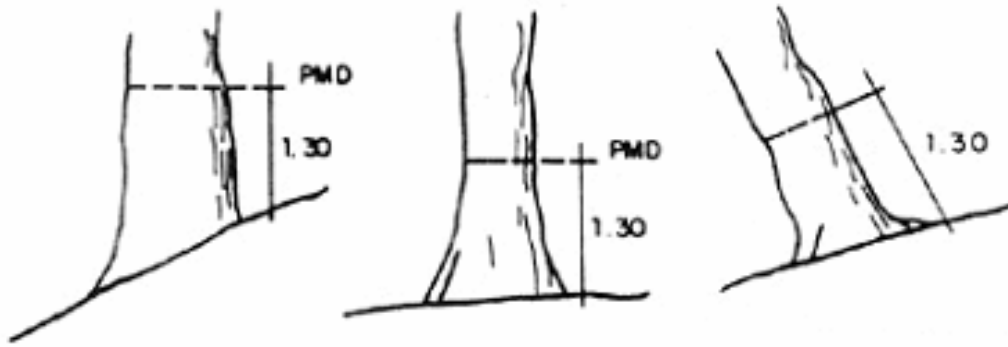
Escrevendo-se:

$$g = f(DAP) \rightarrow g = \pi \cdot \frac{DAP^2}{4} \ \text{ ou } \ g = 0{,}78539 \ DAP^2$$

$$g = f\,(CAP) \ \rightarrow \ g = \frac{CAP^2}{4\pi} \therefore \ g = \frac{CAP^2}{12{,}56637}$$

Tornou-se convencionalmente à altura do peito para se medir DAP ou CAP, pelas seguintes razões:

a – altura mais conveniente para se usar os medidores de diâmetros e circunferência;

b – evita a influência das sapopemas (raízes tabulares) muito comuns em espécies tropicais.

1. Árvore em rampa 2. Árvore em nível 3. Árvore inclinada

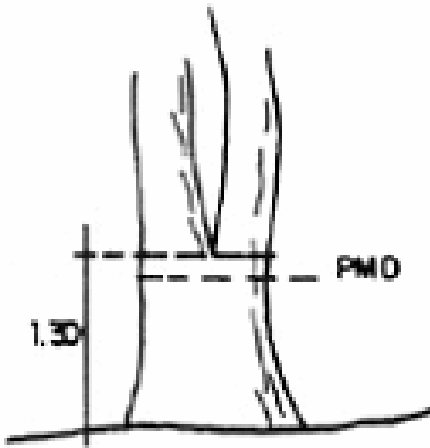
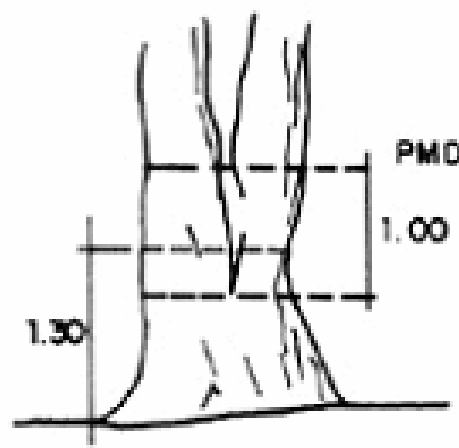
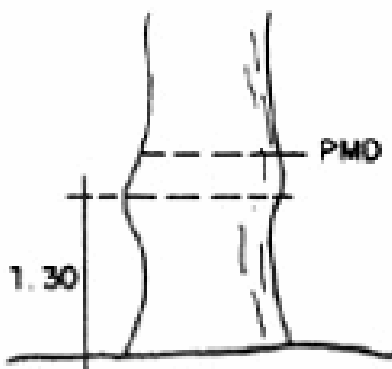
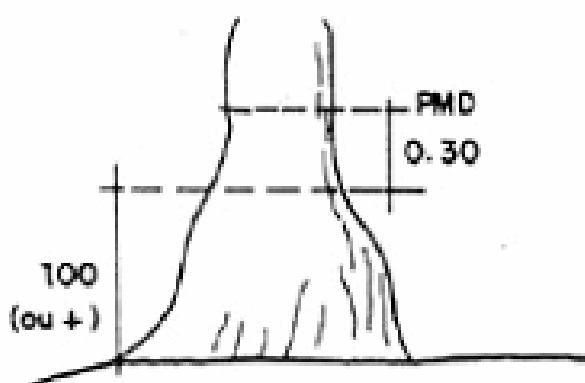
PMD = ponto de medição do diâmetro

4. Árvore bifurcada no DAP 5. Árvore bifurcada abaixo do DAP

6. Árvore deformada 7. Árvore com sapopemas

Figura 4. Formas que as árvores apresentam.

Mas nem sempre se consegue medir árvores a altura do peito, pois ocorrem situações em que tem que se alterar esta altura, como se ilustra na Figura 4 (38).

Além do DAP, reconhece-se também o diâmetro à várias alturas do fuste, que serve para o cálculo do volume e da forma da árvore, diâmetro com casca e sem casca, diâmetro mínimo aproveitável (diâmetro a altura comercial), etc.

Para objetivos de pesquisas, devem-se tomar medidas do CAP em vez do DAP, por esta ser mais sensível.

Exemplo:

1970	DAP = 25,0 cm	CAP = 78,5 cm
1972	DAP = 27,0 cm	CAP = 84,8 cm

Como o valor de π = 3,1416, um erro de 1,0 cm em DAP corresponde em mais de 3,0 cm em CAP, à medida que um erro de 1,0 em CAP, resulta em um valor inferior a 0,3 cm em DAP (34).

3.1 INSTRUMENTOS USUAIS

3.1.1 SUTA

Basicamente é uma régua graduada no sistema métrico decimal (Brasil), na qual estão inseridos dois braços, um fixo e um móvel, que são paralelos e perpendiculares a esta (Figura 5). Sinonímia para este instrumento: calibre (caliper), craveira, compasso florestal ou forcípula.

Este instrumento geralmente é graduado em centímetros inteiros, mas podem ser graduados em 0,5 cm ou mesmo em mm, o que aumenta sua exatidão, evitando consequentemente os erros de arredondamentos.

Três condições são básicas para que a suta trabalhe em boas condições:

a – o braço fixo deve estar perpendicular à régua graduada;

b – que os braços e a régua se assentem em um mesmo plano;

c – que o braço móvel sempre esteja paralelo ao fixo.

O diâmetro do tronco de uma árvore esta considerado como uma secção circular, é medido de uma única vez. Enquanto que em árvores cuja secção circular tendem para a forma elíptica, dever-se-á tomar duas medidas: uma no eixo menor da elipse e outro no eixo maior, sendo a média das duas medidas o diâmetro registrado.

As sutas são geralmente de ligas de alumínio, pois, são mais conserváveis e fáceis de limpar que as de madeira.

As desvantagens apresentadas por este instrumento são:

a – imprecisas quando desajustadas;

b – em árvores de grandes dimensões, necessita-se de sutas muito grandes, sendo difícil o seu carrego e manuseio;

c – deslizamento dos braços, difícil quando existem resíduos depositados sobre a régua.

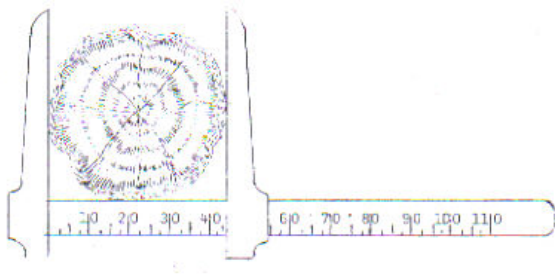



Figura 5. Suta

3.1.2 FITA DE DIÂMETRO

É o mais simples instrumento de medição de DAP. Consta de uma fita, de comprimento variável, com escala nos dois lados. Em um dos lados a graduação é em espaços de 1 cm (sistema métrico), permitindo-se ler o perímetro, e o outro lado graduado o diâmetro do círculo correspondente, através da relação: $DAP = \frac{CAP}{\pi}$. Essas fitas geralmente são feitas de aço ou lonas reforçadas, podendo ter em fitas maiores, ganchos na marca zero para facilitar sua colocação em redor de árvores de troncos grandes. São fáceis de transportação, pois geralmente cabem dentro do bolso.

Em comparação com a suta em termos de rapidez, a fita é mais vagarosa para se fazer uma medida, embora a diferença de tempo não seja considerável. Em caso de se medir árvores de secções elípticas, o diâmetro indicado pela fita será maior que aquele de um círculo, considerando-se a mesma área.

Deve-se ter cuidado em se encostá-la bem horizontal no fuste da árvore, para que não cause erro semelhante à suta.

Sinonímia: Trena de diâmetro, "diameter tape".

3.1.3 COMPARAÇÃO DA SUTA COM A FITA DE DIÂMETRO

Como se citou anteriormente, quando a árvore tende a ter o tronco com forma elíptica, o diâmetro dado pela fita será maior que o real, pois para um mesmo perímetro, a secção circular é a que possui maior área.

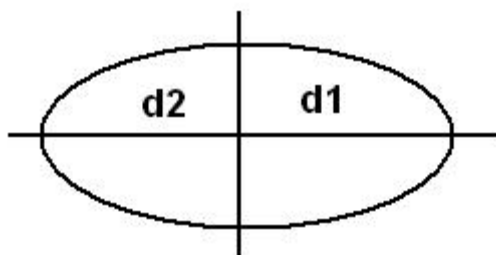
Exemplo: com um fio de mesmo comprimento, poderemos formar três ou mais figuras de mesmo perímetro, mas diferentes entre si (Figura 6, 7 e 8) (34).

Figura 6. Área máxima   Figura 7. Área intermediária   Figura 8. Área mínima

Como a fita é feita para medir circunferências (perímetro do circulo), se medíssemos as três figuras geométricas, obteríamos um mesmo perímetro, já que o comprimento do fio foi igual para as três figuras, e consequentemente as três, teriam a mesma área e o mesmo diâmetro, o que na realidade não ocorre.

Exemplos como esses são muito extremos para ocorrerem no meio florestal, mas servem para mostrar como a excentricidade influi na magnitude do erro.

Se empregássemos a suta para medir tais secções, esta também não daria resultados precisos, mas produziriam erros menores que com a fita.

Medindo-se secções elípticas com a suta, pode-se cometer um erro para mais, como no exemplo que se demonstra a seguir.

Cálculo do perímetro = S:

$$S=\pi\frac{r_1+r_2}{4}\left[3(1+\lambda)+\frac{1}{1-\lambda}\right] \text{ onde: } \lambda=\left[\frac{r_1-r_2}{2(r_1+r_2)}\right]^2=\left[\frac{16\text{-}11}{2(16+11)}\right]^2=0{,}0085$$

$$S=3{,}14156\cdot\frac{16+11}{4}\left[3(1+0{,}0085)+\frac{1}{1-0{,}0085}\right]=85{,}52\text{cm}$$

Cálculo da área:

$A = \pi \cdot r_1 \cdot r_2 = 3{,}14159 \cdot 16 \cdot 11 = 552{,}92 \text{ cm}^2$

Tabela 2. Comparação de resultados utilizando a suta e a fita de diâmetro.

Instrumento	Diâmetro médio (cm)	Área basimétrica (cm²)	Erro %
Suta	27,0	572,55	+ 3,5
Fita	27,2	581,06	+ 5,1

Portanto, no caso de árvores com secções transversais irregulares, tanto a suta como a fita dão resultados maiores que os reais, embora o erro cometido quando se usa a suta é menor.

3.1.4 VARA OU RÈGUA DE BILTMORE

Instrumento muito usado nos Estados Unidos, constando de uma régua graduada, com um comprimento em torno de 70 cm, mas que pode ser alterado se o observador quiser, sendo que quanto maior, menor será a precisão. Este instrumento é usado para medir diâmetros de árvores em pé.

Em nosso meio, este instrumento é de uso reduzido, dado ao caráter expedido com que as estimativas são dadas.

Seu uso é feito da seguinte maneira: encosta-se a vara horizontalmente sobre a árvore, de maneira que o zero da régua coincida com uma das extremidades do tronco e a outra extremidade com a visada na graduação da régua, indicando o diâmetro da mesma (Figura 9).

Três condições são indispensáveis para o perfeito uso da vara:

a – o operador deve ter a vista colocada a uma distância (1) determinada pela vara (para melhor manuseio da mesma, essa distância deve corresponder ao comprimento do braço do observador);

b – a vara deve ficar perpendicular ao eixo da árvore;

c – o plano definido pela vara e a vista do observador deve ser perpendicular ao eixo da árvore.

A dificuldade da manutenção da distância fixa e a não perpendicularidade da régua com o eixo do tronco são as causas de leituras imprecisas.

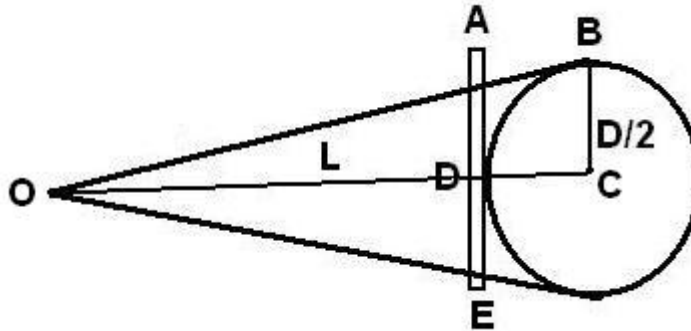



Figura 9. Princípio da construção da Régua de Biltmore

$$ODA \cong OCB$$

$$\frac{OD}{DA} = \frac{OB}{BC}$$

onde:

OD = L (distância escolhida pelo observador) do observador à árvore
DC = BC = D/2
AE = 2 AD (diâmetro da árvore representado na vara) = d
OC = OD + DC = L + D/2
OB = distância do observador à tangência da árvore

Então:

$$\frac{OD}{DA} = \frac{OB}{BC} \rightarrow OB = \frac{OD \cdot BC}{AD} = \frac{1 \cdot \frac{D}{2}}{AD} \rightarrow AD = \frac{L \cdot \frac{D}{2}}{OB} \quad (1)$$

$OC^2 = OB^2 + BC^2$

$OB^2 = OC^2 - BC^2$

$$OB^2 = \left(\frac{L+D}{2}\right)^2 - \left(\frac{D}{2}\right)^2$$

$$OB^2 = L^2 + \frac{2L \cdot D}{2} + \frac{D^2}{4} - \frac{D^2}{4}$$

$OB^2 = L^2 + LD$

$$OB = \sqrt{\left(L^2 + L \cdot D\right)} \quad (2)$$

Sendo AE = 2AD → $AD = \frac{D}{2}$ (3)

Substituindo 3 em 1 tem-se:

$$\frac{d}{2} = \frac{L \cdot \frac{D}{2}}{OB} \therefore d = \frac{2 \cdot L \cdot \frac{D}{2}}{OB} \therefore d = \frac{LD}{OB} \quad (4)$$

Substituindo 2 em 4 tem-se:

$$d = \frac{\left(L \cdot D\right)}{\sqrt{\left(L^2 + L \cdot D\right)}}$$

Dividindo os termos por L, tem-se:

$$d = \frac{\frac{\left(L \cdot D\right)}{L}}{\sqrt{\frac{L^2}{L^2} + \frac{L \cdot D}{L^2}}} \rightarrow d = \frac{D}{\sqrt{1 + \frac{D}{L}}}$$

Esta é a expressão procurada, onde se substituindo valores hipotéticos de DAP, e um valor para L de acordo com a vontade do operador, pode-se graduar a régua.

A Tabela 3 é um exemplo, onde são dadas as diversas distâncias de graduação (d), considerando-se a distância entre o olho e a vara igual a 50 cm.

Tabela 3. Distâncias de graduação na vara de Biltmore, quando L = 50 cm.

DAP (cm)	d (cm)
5	4,7
6	5,6
7	6,5
.	.
.	.
10	9,1
.	.
12	10,8
.	.
15	13,1

Como resultado, uma árvore com DAP = 5 cm, corresponde a uma graduação na vara de 4,7 cm quando a distância L for = 50 cm. Para se marcar essa distância L, do olho do observador a vara, deve-se amarrar um cordão ou algo semelhante, de comprimento igual a L (50 cm), para que no ato da medição o observador mantenha essa distância inerente a graduação da vara.

3.1.5 VISOR DE DIÂMETRO DE BITTERLICH (Sector Fork)

O visor de diâmetro de Bitterlich (sector fork) incorporou o mesmo princípio fundamental da vara de Biltmore. A principal diferença deste instrumento para a vara de Biltmore, está no fato de que o visor possui outro braço adicional formando um ângulo de 135° com o outro braço, sendo parecido com uma forquilha (16).

O braço esquerdo é estendido ao longo do ponto de interceptação com a árvore e possui uma agulha fixa que serve para tomarmos base para o raio visual. O outro braço possui uma escala dupla na qual permite a leitura de diâmetros e a área basimétrica, sendo que se ajusta um ângulo medidor de tarifa (Tarifmesswinkel) com a agulha de visada, também se determina o volume da árvore (33).

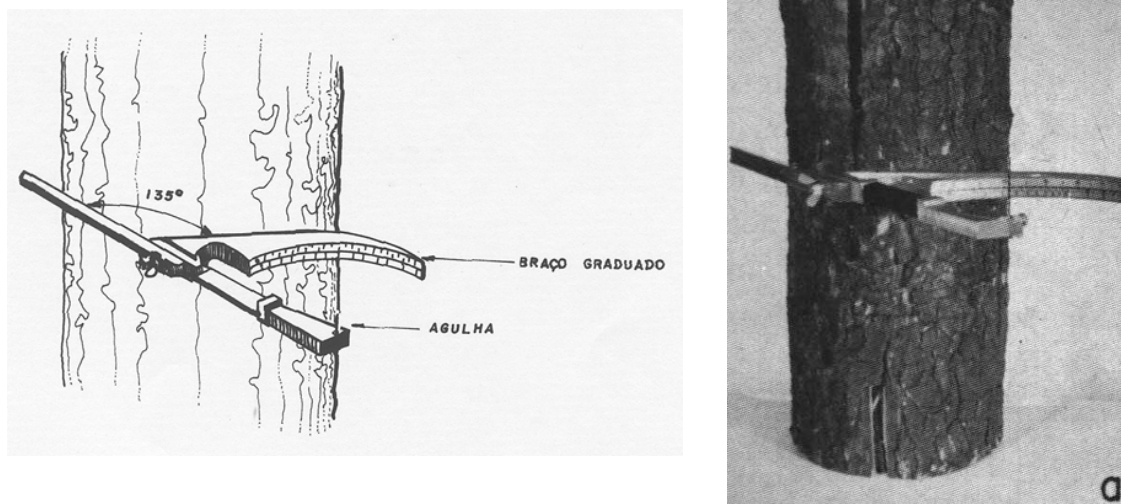



Figura 10. Visor de diâmetro de Bitterlich.

Para executar-se a medição do DAP, o observador deve encaixar os dois braços do visor sobre o tronco da árvore, de maneira que o raio de visada passe pela agulha tangenciando o lado equivalente da árvore. No outro lado, olhando-se para o braço graduado e também tangenciando o tronco da árvore com o outro raio visual, lê-se diretamente o diâmetro da árvore ou sua área basimétrica em decímetros quadrados que é a graduação do instrumento para a área basimétrica.

Esse aparelho permite a medição de diâmetros entre 6 a 80 cm, ou seja, sua graduação começa em 6 cm e termina em 80 cm.

Em árvores de troncos cuja secção transversal desvia da forma circular, deve-se tomar duas medidas em sentidos ortogonais e a média dos dois diâmetros ou áreas basimétricas será anotada.

Árvores que apresentam secções do tronco cruzadas, como por exemplo *Tectona grandis*, devem ser medidas com muito cuidado, essas secções cruzadas podem ser fontes de erros quando se emprega o visor.

3.1.6 DENDRÔMETRO DE FRIEDRICH

Este instrumento consiste basicamente em uma suta dendrométrica, sendo que sua principal diferença desta são duas oculares de eixo ótico, rigorosamente paralelos, sendo um fixo que coincide com a marca zero do instrumento, e outro ótico, que são montados em uma régua graduada.

No ato da medição do diâmetro da árvore, a régua deve ficar em uma posição tal que o plano, que a contenha seja perpendicular ao plano do eixo da árvore. Coloca-se o instrumento de forma que o raio da ocular fixa tangencie a um dos extremos do diâmetro a medir e desloca-se o outro até que o respectivo raio visual tangencie o outro extremo (Figura 11).

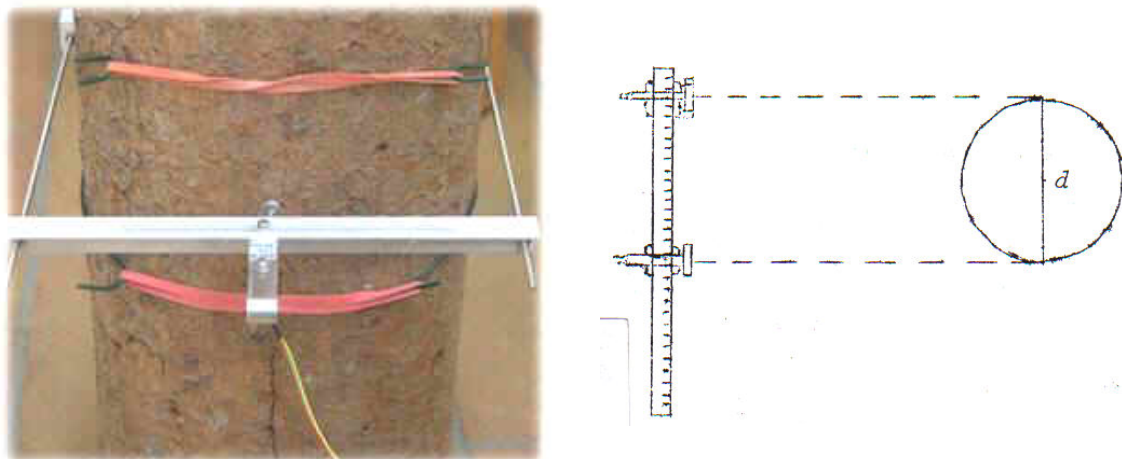



Figura 11. Dendrômetro de Friedrich.

A leitura da régua é igual ao diâmetro da árvore.

Deve-se ter cuidado que a régua não fique inclinada em relação ao eixo da árvore, o que causaria erro. Para se evitar isto, pode acoplar ao instrumento um nível de bolha. A principal vantagem deste instrumento é a de avaliar o diâmetro

por uma simples leitura da régua, independente da distância do observador e de leituras angulares.

3.1.7 PENTAPRISMA OU CALIBRE PRISMÁTICO DE WHEELER

Este instrumento ótico foi desenvolvido nos Estados Unidos por P. R. Wheeler e é bastante útil, pois, além de se medir o DAP da árvore, serve também para determinar diâmetros a várias alturas, como também o diâmetro mínimo comercial, servindo para confecção de tabelas de volume.

O instrumento ótico consiste em um tubo de secção quadrada ou retangular, graduada no seu exterior e com dois prismas no seu interior. Um dos prismas é fixo em uma das extremidades e coincide com a graduação zero (semelhante ao Dendrômetro de Friedrich). O outro prisma é móvel ao longo do tubo.

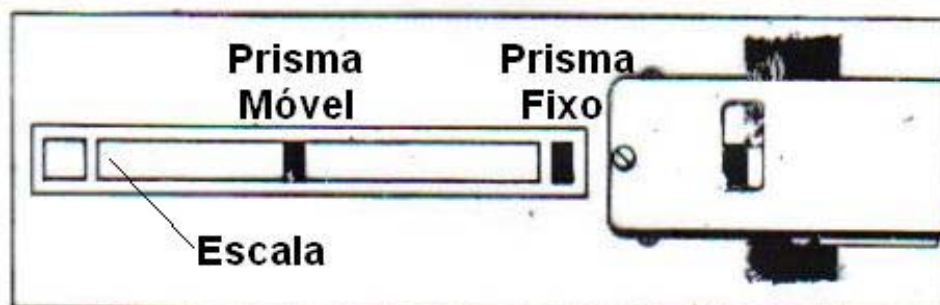
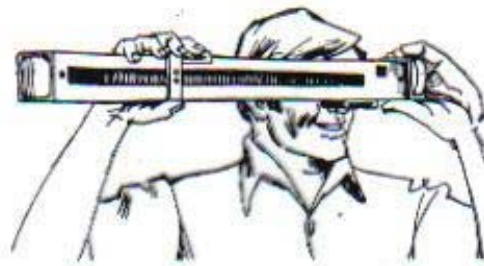



Figura 12. Posição correta de uso do pentaprisma.

No seu uso o operador segura-o alguns centímetros a sua frente, enquanto olha dentro através da fenda de visada. Através da parte superior o operador visa diretamente o lado esquerdo do tronco e na parte inferior da fenda o operador verá o lado ou margem direita da árvore refletindo no prisma fixo. Desloca-se o prisma móvel até que haja um deslocamento da imagem de maneira que apareçam dois troncos tangenciando-se um acima do outro (Figura 12 e 13).

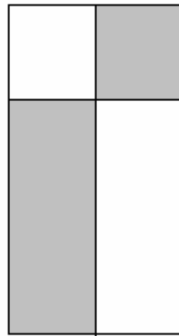



Figura 13. Posição em que aparecem as imagens do tronco no ponto exato de medição do diâmetro.

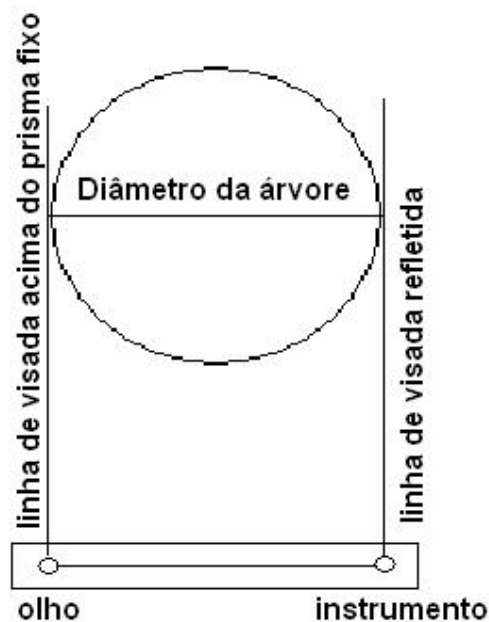



Figura 14. Diagrama operacional do Pentaprisma de Wheeler

Prende-se então o movimento do prisma e é feita a leitura direta do diâmetro na escala graduada.

Quando se toma diâmetros a várias alturas, deve-se usar um clinômetro de Abney acoplado ao Pentaprisma, para determinar as alturas que se quer tomar os

respectivos diâmetros, como também uma trena para determinar a distância em que o observador deve ficar para usar o clinômetro.

O princípio de uso do pentaprisma baseia-se no seguinte diagrama:

3.1.8 GARFO DE DIÂMETRO

É um dos instrumentos mais simples usados na medição de diâmetros. O garfo de diâmetro conforme a Figura 15 é indicado somente para a medição de pequenos diâmetros e assim mesmo por classes. É um instrumento de pouca precisão, mas de fácil manejo. Ele é usado encostando-o a árvore e lendo-se o diâmetro diretamente em sua abertura graduada.

Como na dendrometria é freqüente o procedimento de se agrupar os diâmetros por classe, seu uso é justificável. A amplitude dessas classes varia de acordo com a magnitude e freqüência dos diâmetros, sendo que pequenos diâmetros são agrupados em classes pequenas e vice-versa.

Figura 15. Garfo de diâmetro

3.1.9 RÉGUA

A régua comum só pode ser usada para determinar diâmetros de árvores abatidas e seccionadas. Seu uso é muito simples: encostando-la sobre a secção da árvore que se quer medir o diâmetro, fazendo coincidir o zero da escala com uma extremidade do tronco se lê diretamente o diâmetro do tronco, onde o mesmo

coincidiu na régua no lado oposto (Figura 16). Em árvores que apresentam secções transversais irregulares, deve-se medir 2 diâmetros, sendo a média deles a ser considerada como o diâmetro da secção.

Figura 16. Uso da régua comum na medição de diâmetro.

3.1.10 RELASCÓPIO DE BITTERLICH

Como no presente trabalho existe um capítulo específico do Relascópio de Bitterlich, achou-se por bem incluir esta parte no referido capítulo (cap.9).

3.2 ERROS NA MEDIÇÃO DO DIÂMETRO

Em todos os instrumentos utilizados para medir diâmetros, existem fontes de erros, que podem ser parcialmente ou totalmente eliminadas, dependendo estas da exatidão dos instrumentos e da habilidade do mensurador em manuseá-los.

Como em nosso meio, os instrumentos mais usados são a suta e a fita diamétrica, ir-se-á deter nos erros cometidos com estes instrumentos, que em sua grande maioria também acontecem com outros.

3.2.1 ERROS DA SUTA

Quando se usa a suta com imperfeição, o observador está prestes a cometer erros sistemáticos causados por defeito no instrumento ou inabilidade do observador.

A principal fonte de erros na medição de diâmetros é o não paralelismo entre os braços da suta, comum em sutas feitas de madeiras. Este erro só pode ser evitado se for feita à correção ou ajuste do braço móvel, que geralmente se desgasta e se desajusta.

A Figura 17 ilustra a medição do diâmetro em uma secção circular com uma suta desajustada permitindo visualizar a grandeza do erro cometido.

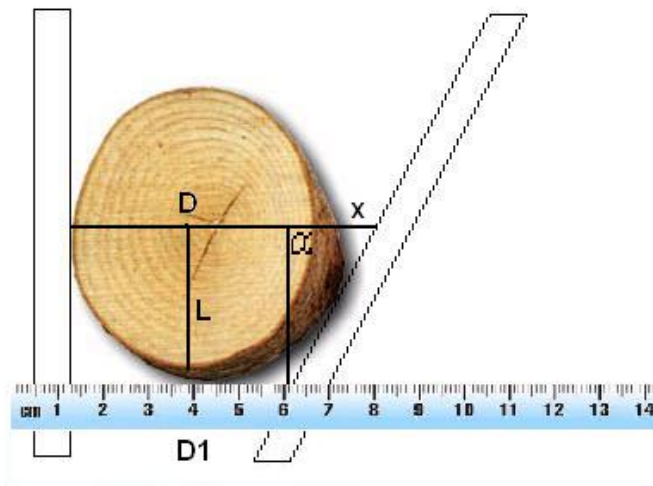



Figura 17. Medição do diâmetro com a suta desajustada.

Considerando o diâmetro real da árvore como sendo D e D_1 o diâmetro registrado na suta, nota-se que a diferença entre os dois diâmetros é expressa por L · tg α, conforme a demonstração que segue:

$$tg\alpha = \frac{x}{L} \therefore x = L \cdot tg\alpha$$

$$D = D_1 + x = D_1 \cdot L \text{ tg } \alpha$$

$$L \cdot \text{tg } \alpha = D - D_1$$

Expressando o erro em percentagem, tem-se:

D – 100%

$D - D_1$ – percentagem (p)

Então:

$$p = \frac{D - D_1}{D} \cdot 100 \quad \text{ou} \quad p = \frac{\text{L tg}\alpha \cdot 100}{D}$$

Estas relações mostram que o erro é inversamente proporcional ao diâmetro da árvore medida e diretamente proporcional ao ângulo α e a distância L. o valor mínimo de L é igual a D/2. Por este motivo, se faz importante no ato da medição, encostar a barra graduada da suta no tronco da árvore para reduzir ao mínimo a fonte de erro, que é o desajuste dos braços da suta.

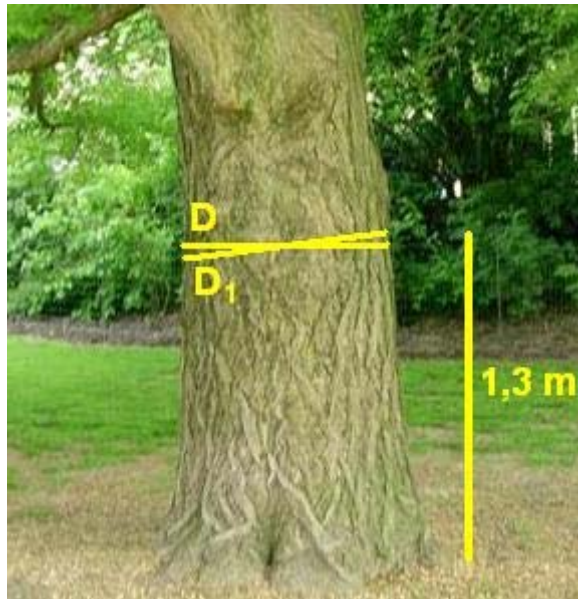



Figura 18. Erro cometido pelo uso da suta em posição inclinada em relação ao plano da secção transversal do tronco.

Outra fonte de erro no uso da suta para medir diâmetros é a falta de perpendicularidade entre o plano que passa pelos braços da suta e o eixo do tronco da árvore a ser medido, (14), como mostra a Figura 18.

Nesta situação o erro cometido depende diretamente do observador e se produz sempre um erro de super estimação, dependendo do ângulo formado e a espessura dos braços da suta. Na Figura 18 vê-se que o diâmetro medido é D_1 e o diâmetro verdadeiro é D, sendo que os dois podem ser relacionados pela seguinte expressão:

$$D_1 = \frac{D}{\cos\alpha}$$

Sendo o erro e = D_1 – D, pode-se expressa-lo em termos de percentagem como no caso anterior.

Então:

$$p = \frac{D_1 - D}{D} \cdot 100$$

$$p = \frac{\left(\frac{D}{\cos\alpha}\right) - D}{D} \cdot 100$$

$$p = \left(\frac{1}{\cos\alpha} - 1\right) \cdot 100$$

Outro erro que pode ser cometido, é quando em árvores de secções excêntricas, se toma só um diâmetro com a suta. Se o número de árvores for elevado, poderá haver uma tendência de se compensar os erros, desde que os diâmetros medidos, sejam tomados em posições aleatórias, isto é, não se devem medir todos os diâmetros no mesmo lado ou direção. Mas se a excentricidade das árvores for muito pronunciada torna-se necessário medir dois diâmetros ortogonais em cada árvore onde o diâmetro anotado é a média dos dois.

3.2.2 ERROS DA FITA DE DIÂMETRO

Entre os erros que ocorrem quando se usa a fita de diâmetro o principal deles é sem dúvida alguma, a medição de diâmetros de árvores de secções elípticas ou irregulares, onde seria preciso a tomada de mais de um diâmetro para se ter um diâmetro médio. Nesses casos a fita sempre super estima o diâmetro. (ver item 3.1.3).

3.2.3 ERROS DA ÁREA SECCIONAL

Se as áreas seccionais das árvores fossem sempre circulares, o que na realidade raramente ocorre, seria fácil obter sua área transversal pelo emprego da fórmula $g = \left(\frac{\pi d^2}{4}\right)$, e no caso das secções elípticas obter-se-ía pelo emprego de $g = \left(\frac{\pi Dd}{4}\right)$, onde D = diâmetro maior da árvore e d = diâmetro menor, sendo que estes diâmetros devem ser tomados ortogonalmente. Mas ocorre que em secções elípticas, mesmo tomando-se dois diâmetros ortogonalmente, ainda existe um erro inserido na determinação do diâmetro.

Na prática, a área da secção elíptica é calculada em função dos seus diâmetros ortogonais (a) ou pela média das áreas transversais quando se emprega o visor de Bitterlich (b).

Então tem-se:

a) $$g_1 = \frac{\pi}{4}\left(\frac{D+d}{2}\right)^2$$

b) $$g_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{4}\cdot D^2 + \frac{\pi}{4}\cdot d^2\right)$$

O erro (e) obtido é dado pela subtração dessas áreas transversais ou área basimétrica (g_1 e g_2) menos a área correspondente a elipse (g).

Empregando-se ab_1, tem-se:

$$e_1 = g_1 - g = \frac{\pi}{4}\left(\frac{D+d}{2}\right)^2 - \frac{\pi}{4} D \cdot d$$

$$e_1 = \frac{\pi}{4}\left[\left(\frac{D^2 + 2Dd + d^2}{4}\right) - D \cdot d\right]$$

$$e_1 = \frac{\pi}{4}\left[\frac{D^2 + 2Dd + d^2 - 4Dd}{4}\right]$$

$$e_1 = \frac{\pi}{4}\left[\frac{D^2 - 2Dd + d^2}{4}\right]$$

$$e_1 = \frac{\pi}{4}\left[\frac{(D-d)^2}{4}\right]$$

$$e_1 = \frac{\pi}{16}[D-d]^2$$

Este erro expresso em % é o seguinte:

$e_1\% = p_1$

$$p_1 = \frac{g_1 - g}{g} \cdot 100$$

$$p_1 = \frac{\frac{\pi}{16} \cdot [D-d]^2}{\frac{\pi}{4} \cdot D \cdot d} \cdot 100$$

$$p_1 = \frac{[D-d]^2}{4 \cdot D \cdot d} \cdot 100$$

O erro obtido no item 3.2.1, referente a medição de diâmetros com a suta, pode ser obtido com esta fórmula diretamente ou com uma regra de três.

Empregando-se ab_2, tem-se:

$$e_2 = g_2 - g = \left[\frac{1}{2}\right] \cdot \left[\frac{\pi}{4} \cdot D^2 + \frac{\pi}{4} \cdot d^2\right] - \frac{\pi}{4} \cdot Dd$$

$$e_2 = \frac{\pi}{8}\left[D^2 + d^2\right] - \frac{\pi}{4} \cdot Dd$$

$$e_2 = \frac{\pi}{8}\left[D^2 + d^2 - 2Dd\right]$$

$$e_2 = \frac{\pi}{8}\left[D^2 - 2Dd + d^2\right]$$

$$e_2 = \frac{\pi}{8}\left[D - d\right]^2$$

Este erro expresso em % é :

$e_2\% = P_2$

$$P_2 = \frac{g_2 - g}{ab} \cdot 100$$

$$P_2 = \frac{\frac{\pi}{8}\left[D - d\right]^2}{\frac{\pi}{4} \cdot Dd} \cdot 100$$

$$P_2 = \frac{\left[D - d\right]^2}{2 \cdot Dd} \cdot 100$$

Comparando P_2 com P_1, tem-se $P_2 = 2p_1$, o que implica em dizer que quando se calcula áreas transversais de árvores com secções elípticas, devem se medidos diâmetros em lugar de áreas transversais, pois o erro cometido quando são utilizados diâmetros, é a metade do cometido com as áreas transversais.

3.2.4 ERROS DE ARREDONDAMENTO

Quando trabalha-se com classes de diâmetros, onde os cálculos de volumes e áreas transversais são provenientes dos valores centrais das classes, comete-se erros em relação aos verdadeiros diâmetros, e consequentemente para o volume da árvore, pois como viu-se anteriormente o diâmetro afeta quadraticamente o cálculo do volume.

Considerando-se o diâmetro real d_1, representado por d que é o centro da classe, tem-se que d_1 está desviando de seu valor real de ± i é o intervalo de classe. Portanto, $d_1 = d \pm i$.

A área transversal correspondente a d_1 é dada por $g_1 = \frac{\pi}{4} \cdot \left[d_1\right]^2$, sendo que após o agrupamento por classe fica $g_1 = \frac{\pi}{4} \cdot d^2$.

Então o erro cometido será:

$$e = g_1 - g = \frac{\pi}{4} \cdot d_1^2 - \frac{\pi}{4} d = \frac{\pi}{4}\left[d \pm i\right]^2 - \frac{\pi}{4} d^2$$

$$e = \frac{\pi}{4} \cdot \left[d^2 \pm 2di + i^2 \right] - \frac{\pi}{4} d^2$$

$$e = \frac{\pi}{4} \cdot \left[d^2 \pm 2di + i^2 - d^2 \right]$$

$$e = \frac{\pi}{4} \cdot \left[i^2 \pm 2di \right]$$

Considerando os desvios – i e + i, correspondentes a diâmetros d_1 e d_2 simétricos em relação a d, o conjunto será dado por:

$$e = \frac{\pi}{4} \left[i^2 + 2 \cdot di \right] + \frac{\pi}{4} \left[i^2 - 2 \cdot di \right]$$

que expresso em % em relação à área transversal do centro da classe, como função de 2 g, resulta:

$$p = \frac{e}{2g} \cdot 100$$

$$p = \frac{e}{2 \frac{\pi}{4} D^2} \cdot 100 = \frac{e}{\frac{\pi}{2} D^2} .100$$

$$p = \frac{\frac{\pi}{4} \left[i^2 + 2di \right] + \frac{\pi}{4} \left[i^2 - 2di \right]}{\frac{\pi}{2} D^2} \cdot 100$$

$$p = \frac{\frac{\pi}{4} 2i^2}{\frac{\pi}{2} D^2} \cdot 100$$

$$p = \frac{i^2}{D^2} \cdot 100$$

Como o i (intervalo de classe) é constante para todas as classes, conclui-se que o erro percentual é inversamente proporcional ao diâmetro medido.

3.3 APLICAÇÃO DA FITA E DA SUTA EM FUNÇÃO DE SEUS ERROS

Pessoas diferentes medindo diâmetros de mesmas árvores com sutas, estão prestes a cometerem erros, pois os diâmetros ortogonais raramente são tomados nas mesmas direções. Utilizando-se a fita, não se comete esse erro, pois o diâmetro é tomado em um só ponto, concluindo-se que: o erro sistemático da fita é constante para uma mesma árvore independendo da pessoa que a meça. Daí,

conclui-se que trabalhos em inventários contínuos, onde se estuda o incremento entre períodos, é mais viável se utilizar a fita em vez da suta, uma vez que o erro sistemático da fita não influi no estudo do crescimento.

Supor que o diâmetro medido real seja D, adicionando-se a este um falso diâmetro d resultante de irregularidades do tronco. No segundo período de medição supõe-se que o mesmo diâmetro d será novamente medido, e assim teremos o mesmo D anterior, adicionado ao incremento real (ir).

Então a diferença será: (D + d + ir) – (D + d) = ir.

Portanto, a diferença será o incremento real (ir), sendo que d não alterou nada, pois foi o mesmo na primeira e na segunda medição quando se empregou a fita.

Então, deve-se empregar a suta para secções excêntricas, pois seu erro é menor, apesar de não ser constante (ver item 3.1.3). Mas quando o objetivo do trabalho é medir crescimento e não estoque, o uso da fita é mais viável porque seu erro sistemático em períodos diferentes é constante.

3.4 DIÂMETRO MÉDIO E ÁREA BASAL DO POVOAMENTO

Quando se vão cubar povoamentos, torna-se necessário o conhecimento da área basal do povoamento, que é a somatória de todas as áreas transversais (basimétricas) das árvores do povoamento.

Como o diâmetro é um parâmetro que compõe a fórmula da área basal, precisamos defini-lo corretamente para que evitar erros. É muito importante não confundir o diâmetro médio das árvores, com a média aritmética dos diâmetros.

O diâmetro médio refere-se ao diâmetro correspondente ao da área seccional média do povoamento, enquanto que o segundo é um valor médio dos diâmetros medidos.

Quando se trata de área basal do povoamento, é lógico que se medirão todos os diâmetros das árvores, e conseqüentemente darão uma somatória de todas das áreas seccionais que resultará no valor desejado. Este processo como se pode notar não é muito válido por causa do desperdício de tempo e mão de obra. Para se evitar este problema tem que se medir certo número de árvores que representam o povoamento, tendo assim o resultado por amostragem.

Representando por G_1 a área basimétrica total das árvores amostradas, correspondente a uma área S_1, e se S for a área total do povoamento, a avaliação da área basal total será dada por:

$$G = \frac{G_1 \cdot S}{S_1}$$

Esta fórmula parte do princípio que diz que a área basal do povoamento está para a respectiva área da superfície, assim como a área basal das árvores amostradas na parcela, está para a respectiva área da parcela:

$$G:S = G_1 : S_1$$

Tomando-se a área basimétrica de uma árvore g, e supondo que esta árvore ocupa um quadrado do terreno de lado L, tem-se:

$$G = \frac{\left[\frac{\pi}{4}\right] \cdot D^2}{L^2}$$

Considerando E = L/D e S = 1 hectare (10.000 m²) a fórmula se reduz a:

$$G = \frac{7854}{E^2}$$

onde E é calculado por:

$$E = \frac{\sum_{i=1}^{n} Li}{\sum_{j=1}^{n} Dj}$$

(i = 1, 2 ...., n-1)

(j = 1, 2 ...., n)

Desde que L_1, L_2, ... L_{n-1}, representam as distâncias entre as árvores números 1, 2, ..., n – 1, e D_1, D_2, ... D_n os diâmetros ao longo de um alinhamento que abranja várias condições de densidade e de estação.

Empregando-se a fórmula

$$G = 7854/E^2$$

obtêm-se resultados percentuais em torno de ± 10 a ± 20%, segundo PATRONE, citado por GOMES (22), sendo que em condições favoráveis este erro não ultrapassa 15%.

Portanto, da área basal do povoamento, resulta a noção de diâmetro médio, sendo preciso conhecer o número de árvores que assenta tal área basal.

4. – DETERMINAÇÃO E ESTIMAÇÃO DA ÁREA BASAL

4.1 – MÉTODOS PARA ESTIMAR A ÁREA BASAL (G/ha)

Basicamente são três os métodos utilizados para a estimação da área basal de povoamentos florestais (26):

a) – método em que se mede as áreas seccionais das árvores contidas em parcelas de amostragens, representativas do povoamento;

b) – pela prova de numeração angular de Bitterlich, em parcelas circulares de áreas variáveis, onde são utilizados instrumentos com base no princípio de Bitterlich. A área basal por hectare é obtida através da leitura feita a partir do centro da parcela de área variável;

c) – pela prova horizontal de Strand em parcelas retangulares, onde cada prova requer a determinação de uma linha base de 15,70 m no terreno, a contagem das árvores e medição dos respectivos DAP's.

4.1.1 – ESTIMAÇÃO DA ÁREA BASAL PELO MÉTODO DE BITTERLICH

Em 1948, o engenheiro florestal austríaco Dr. Walter Bitterlich publicou um novo procedimento para estimar a área basal de povoamentos florestais, baseado em parcelas circulares de áreas variáveis. O princípio matemático do novo método era totalmente diferente dos existentes, e dado a sua facilidade de aplicação, rapidez e exatidão, o método difundiu-se rapidamente.

Neste método a determinação da área basal de um povoamento se reduzia a uma simples série de contagens simples, não precisando medir diâmetros, distâncias e nem consultar tábuas ou fazer cálculos.

O primeiro instrumento utilizado por Bitterlich foi uma vara composta por uma haste de 1 m de comprimento, tendo em uma extremidade um visor e na outra uma mira de 2 cm de largura (Figura 19).

O observador de um ponto qualquer do povoamento, munido da barra, efetua em torno se si um giro de 360°, visando todos os troncos na altura do DAP e conta todas as árvores cujo diâmetro aparente se apresenta maior ou igual a largura d da mira que determina com as linhas de visada, um ângulo α. As médias das diversas contagens em pontos diferentes será a área basal do povoamento, pois a prova de numeração é repetida em diversos pontos do bosque.

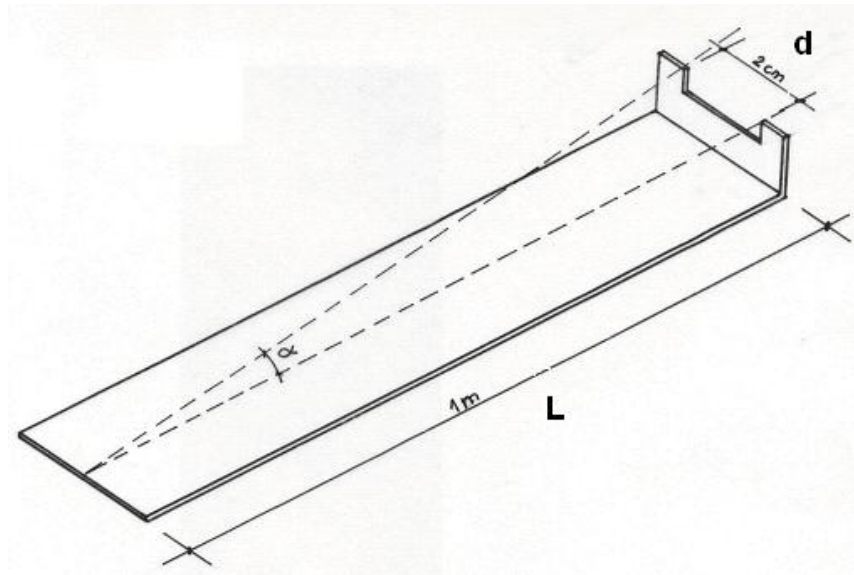



Figura 19. Barra de Bitterlich

Efetuando-se o procedimento acima, três diferentes grupos de árvores são encontrados:

a – árvores com o DAP aparente maior que a abertura da mira (maior que o ângulo α);

b – árvore com DAP aparente igual a abertura da mira;

c – árvore com DAP aparente menor que a abertura da mira.

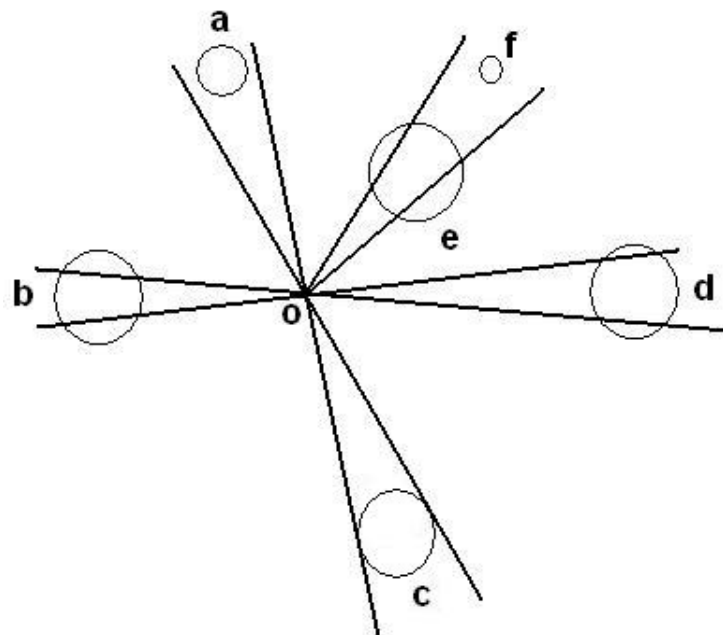



Figura 20. Visão da Barra de Bitterlich em uma Parcela de Numeração Angular

Este novo método de determinação de área basal é baseado no seguinte postulado de Bitterlich: "Se de um ponto qualquer do povoamento observamos todas as árvores ao nosso redor e contarmos o número de árvores (N) cujo DAP aparente for superior à abertura da mira (ângulo α), este número de árvores está em relação direta com a área basal por hectare".

A Figura 20 ilustra uma visada feita com a barra, a partir do centro de uma parcela circular de área variável.

Pelo anunciado anterior, a área basal por hectare lida no centro da parcela 0 é igual a 3,5 m², porque as árvores b, d e e somam um valor de 3, a árvore c soma ½ e a e f somam zero, resultando daí N = 3,5. De acordo com o princípio do método, N é multiplicado por uma constante instrumental K. Esta constante é igual a 1 para a Barra, então tem-se:

$$G = N \times K \quad \therefore \quad G = 3{,}5 \times 1 = 3{,}5 \text{ m}^2/\text{ha}.$$

A Figura 21 possibilita a demonstração do fundamento teórico de método de Bitterlich.

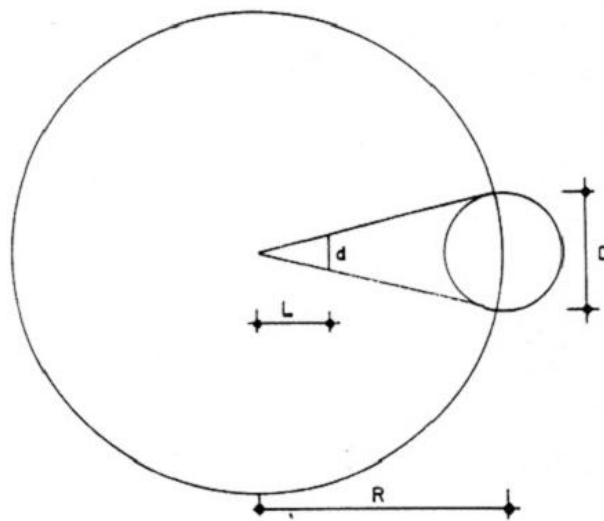



Figura 21. Demonstração do postulado de Bitterlich

sendo:

L = comprimento da Barra (= 100 cm);
d = abertura da mira (= 2 cm);
R = raio da parcela, que corresponde à distância do ponto de leitura até o centro da árvore, dependendo do diâmetro desta;
D = diâmetro da árvore;
g = área seccional da árvore;
A = área da parcela, representada por πR^2.

Pode-se então retirar a seguinte relação matemática:

$$\frac{d}{L} = \frac{D}{R} \tag{1}$$

Como só existe uma árvore na parcela de área variável, também conhecida como estação de numeração ou estação de leitura, a área basal proporcional (G) entre a área seccional da árvore e da área da parcela é dada por:

$$G = \frac{g}{A} = \frac{\frac{\pi D^2}{4}}{\pi R^2} = \frac{1}{4} \cdot \left[\frac{D}{R}\right]^2 \tag{2}$$

ou $G = \frac{1}{4} \cdot \left[\frac{d}{L}\right]^2$ de acordo com a expressão (1)

Como nos interessa a G/ha (2), a relação deve ser multiplicada por 10^4 tornando-se:

$$G = 10^4 \cdot \frac{1}{4}\left[\frac{D}{L}\right] = 2500\left[\frac{D}{L}\right]^2 \tag{3}$$

expressão esta que traduz o postulado:

G = N · K.

Se só existe uma árvore na parcela (N = 1), tem-se:

G = 1 · K

onde

$$K = \frac{2500\left[\frac{D}{L}\right]^2}{1} = 2500\left[\frac{D}{L}\right]^2 \tag{4}$$

expressão esta que representa a constante instrumental.

A barra por construção possui d = 2 cm e L = 100 cm e, substituindo-se estes valores na fórmula, tem-se:

$$K = 2500\left(\frac{2}{100}\right)^2 = 1 \tag{5}$$

Como *G = N · K*, têm-se:

$$G = 1 \cdot 1 = 1m^2/ha$$

o que confirma o postulado de Bitterlich, quando diz que o número de árvores contadas por estação representa a G/ha.

Considerou-se até agora uma única árvore, mas como o povoamento é composto de N árvores de diferentes diâmetros, têm que se analisar essa situação.

Suponha-se que em um giro de 360°, conta-se três árvores de mesmo diâmetro (Figura 22). Da mesma maneira que antes, a relação (1) é válida, isto é:

$$\frac{d}{L} = \frac{D}{R}$$

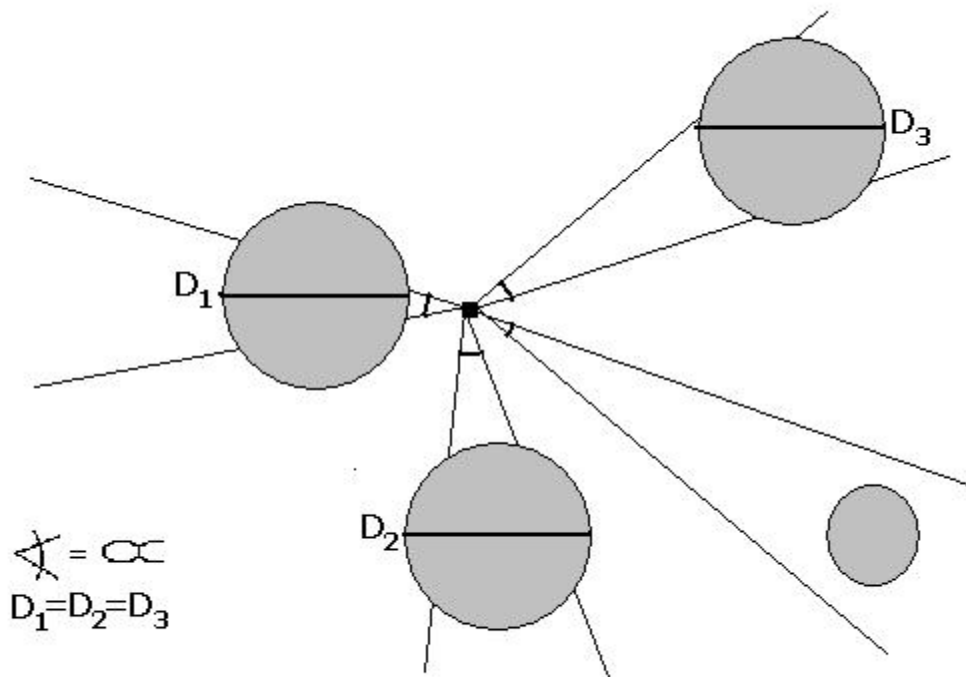



Figura 22. Parcela de numeração angular com 3 árvores.

Seguindo o mesmo procedimento anterior, a G proporcional entre as 3 árvores da parcela será:

$$G = \frac{3g}{A} = \frac{3\left[\frac{\pi D^2}{4}\right]}{\pi R^2} = \frac{3}{4} \cdot \left[\frac{D}{L}\right]^2 \qquad (6)$$

Multiplicando-se por 10^4 para expressar a G/ha, tem-se:

$$G = 10^4 \frac{3}{4} \cdot \left[\frac{d}{L}\right]^2 = 7500\left[\frac{d}{L}\right]^2 \qquad (7)$$

Como G = N · K e N = 3, tem-se:

$$K = \frac{G}{N} = \frac{7500\left[\frac{d}{L}\right]^2}{3} = 2500\left[\frac{d}{L}\right]^2 \qquad (8)$$

que é a nova constante instrumental.

Substituindo-se os valores dimensionais da Barra na equação (B), a constante instrumental (K) continua sendo igual a 1, que comprova o princípio (G = N · K). Desta maneira G = 3 · 1 = 3 m²/ha.

Daí, conclui-se que com K = 1, para uma ou três árvores de mesmo diâmetro por estação, a constante será igual a 1, qualquer que seja o número de árvores de mesmo diâmetro na parcela.

Para comprovação final do postulado de Bitterlich, suponha-se o que ocorreria caso as três árvores anteriores possuíssem diâmetros diferentes, mas que estivessem na mesma parcela (Figura 23).

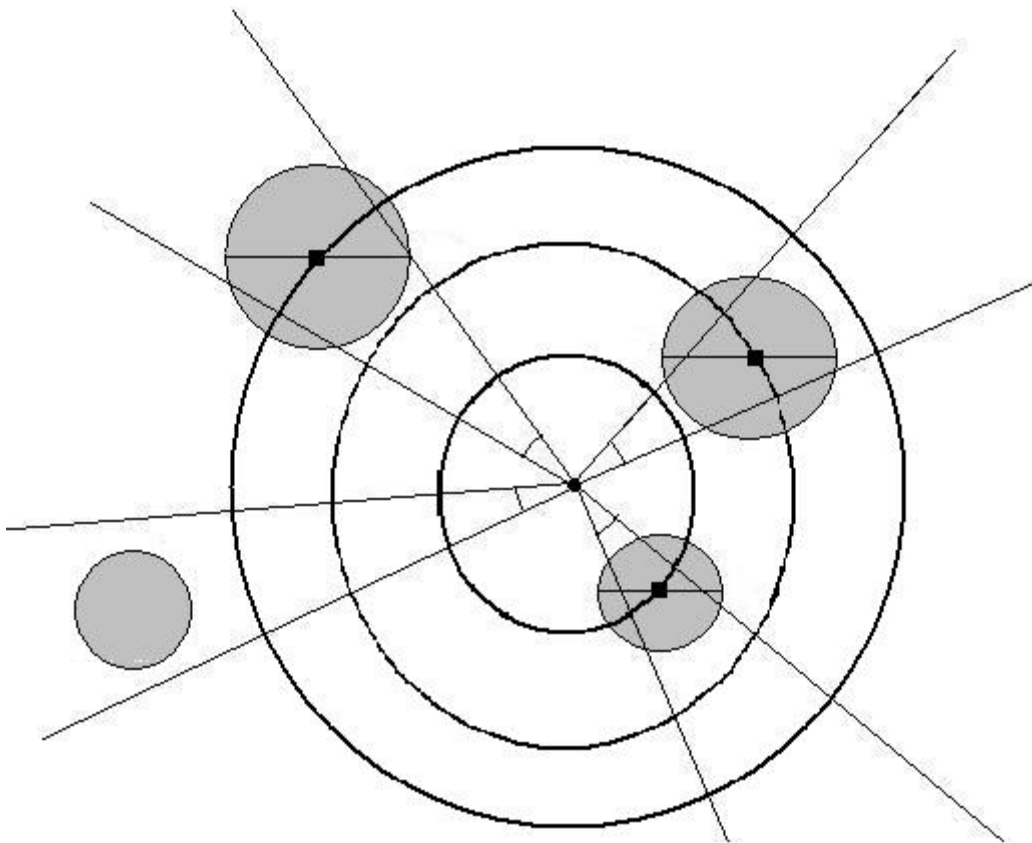



Figura 23. Parcela de Área Variável

Assumem-se os diâmetros D_1 D_2 e D_3 das três árvores lidas, através da Barra, na estação de leitura. Supõe-se que, se existisse mais árvores na parcela,

estas não foram contadas por apresentarem diâmetros aparentes menores que a abertura da mira (ângulo α).

R_1, R_2 e R_3 são os raios dos círculos que passam pelos centros das secções de cada árvore. Note-se que estes raios são de tamanhos diferentes, caracterizando uma área (círculo) para uma referida parcela. Foi daí que surgiu o nome "parcela de raio variável" ou "parcela de área variável".

Considerando as mesmas dimensões anteriores da Barra, a proporcionalidade entre a área basal das 3 árvores indicadas na Figura 23 na correspondente parcela de raio variável pode-se expressar por:

$$G = \frac{g_1}{A_1} + \frac{g_2}{A_2} + \frac{g_3}{A_3}$$

$$G = \frac{\pi\left[\frac{D_1^2}{4}\right]}{\pi\left[R_1^2\right]} + \frac{\pi\left[\frac{D_2^2}{4}\right]}{\pi\left[R_2^2\right]} + \frac{\pi\left[\frac{D_3^2}{4}\right]}{\pi\left[R_3^2\right]}$$

$$G = \frac{1}{4}\left[\frac{D_1}{R_1}\right]^2 + \frac{1}{4}\left[\frac{D_2}{R_2}\right]^2 + \frac{1}{4}\left[\frac{D_3}{R_3}\right]^2 \qquad (9)$$

Como a proporção entre as dimensões da Barra e o diâmetro das árvores é a mesma para qualquer DAP, escreve-se então:

$$\frac{d}{L} = \frac{D}{R}; \frac{d}{L} = \frac{D_1}{R_1}; \frac{d}{L} = \frac{D_2}{R_2}; \frac{d}{L} = \frac{D_3}{R_3}$$

onde $$\frac{d}{L} = \frac{D_1}{R_1} = \frac{D_2}{R_2} = \frac{D_3}{R_3} \qquad (10)$$

Substituindo (10) em (9), tem-se:

$$G = \frac{1}{4}\left[\frac{d}{L}\right]^2 + \frac{1}{4}\left[\frac{d}{L}\right]^2 + \frac{1}{4}\left[\frac{d}{L}\right]^2 = \frac{3}{4}\left[\frac{d}{L}\right]^2 \qquad (11)$$

Multiplicando-se por 10^4, para obter G/ha, tem-se:

$$G = 10^4 \cdot \frac{3}{4}\left[\frac{d}{L}\right]^2 = 7500\left[\frac{d}{L}\right]^2 \qquad (12)$$

Como $G = N \cdot K$ e $N = 3$ tem-se:

$$G = 3K \therefore K = \frac{G}{3} \qquad (13)$$

Substituindo (12) em (13), tem-se:

$$K = \frac{7500\left[\frac{d}{L}\right]^2}{3} = 2500\left[\frac{d}{L}\right]^2$$

O que vem comprovar que G = N·K, independente do número de árvores (N) e dos tamanhos dos diâmetros existentes na parcela (14).

4.2 – CONSIDERAÇÕES NUMÉRICAS SOBRE O POSTULADO DE BITTERLICH

Se uma árvore de 20 cm de diâmetro está a uma determinada distância máxima do observador, com uma Barra com as dimensões de d = 2 cm e L = 100 cm, tem-se condições de determinar a que distância esta árvore está, pelo emprego da fórmula:

$$\frac{d}{L} = \frac{D}{R}$$

onde R = distância máxima que a árvore pode ser incluída (raio da parcela de área variável).

então:

$$R = \frac{D \cdot L}{d} = \frac{20 \cdot 100}{2} = 1000cm = 10m$$

Conclui-se daí, que para uma barra com K = 1, uma árvore de 20 cm de DAP deverá ficar numa distância máxima de 10 m, para que seja contada.

Expressando numericamente a proporcionalidade entre a área basimétrica e área da parcela, tem-se:

$$G = \frac{\pi\left[\frac{D^2}{4}\right]}{\pi\left[R^2\right]} = \frac{3{,}1416\left[\frac{0{,}20^2}{4}\right]}{3{,}1416\left[10^2\right]} = \frac{0{,}031416}{314{,}16} = 0{,}0001$$

Como G é dada por hectare, deve-se multiplicar o resultado por 10^4, obtendo-se assim 1 m²/ha.

Esta proporcionalidade de 0,0001 também é válida quando a árvore possui um DAP diferente de 20 cm. Se, por exemplo, a árvore tivesse 30 cm de DAP, ela deverá estar no máximo a 15 m do observador (R = 15 m), o que também, resulta numa proporcionalidade de 0,0001 que multiplicando-se por 10^4, tem-se também 1 m²/ha de área basal.

Generalizando, para cada árvore contada na prova circular que se faz com uma barra de 100 cm de comprimento e 2 cm de abertura, corresponde a 1 m² de área basal por hectare.

Se a mesma árvore de DAP = cm, fosse visada com uma barra de abertura igual a 4 cm, haveria uma alteração nos resultados, pois o R seria igual a 5 m, pela seguinte dedução:

$$\frac{d}{L} = \frac{D}{R} \rightarrow R = \frac{20 \cdot 100}{4} = 500cm = 5m$$

A proporcionalidade em área basimétrica da árvore e a área da parcela seriam:

$$G = \frac{\pi\left[\frac{D^2}{4}\right]}{\pi\left[R^2\right]} = \frac{3{,}1416\left[\frac{0{,}20^2}{4}\right]}{3{,}1416\left[5^2\right]} = \frac{0{,}031416}{78{,}54} = 0{,}0004$$

Multiplicando-se por 10^4 para se obter a área basal por hectare, tem-se:

G = 0,0004 x 10^4 = 4 m²/ha.

Sendo assim, quando se muda o valor da proporção, o K poderá mudar também de valor. Para uma proporção de 0,0004, a constante K corresponde a um valor 4, sendo que cada árvore lida numa Barra com mira de 4 cm, corresponde a 4 m² de G/ha.

Observa-se também que neste caso a área da parcela é 4 vezes menor do que aquela em que o K foi igual a 1.

Portanto, a medida que se altera os valores da Barra, novos valores de K serão obtidos.

4.3 – CONSTANTE INSTRUMENTAL

Pelo que foi visto anteriormente, conclui-se que a área da parcela varia em função do K (constante instrumental), pois viu-se que quando K = 1, a área da parcela é quatro vezes maior que quando o K foi igual a 4.

Daí pode-se deduzir o seguinte, tomando-se uma árvore padrão de DAP = 20 cm:

$$K = 2500\left[\frac{D}{R}\right]^2 = 2500\left[\frac{0{,}20}{R}\right]^2 = \left[\frac{100}{R^2}\right] = \left[\frac{10}{R}\right]^2 \qquad (14)$$

em centímetros tem-se:

$$K = \left[\frac{1000}{R}\right]^2 \qquad (15)$$

Esta relação permite o observador encontrar o valor da constante de seu instrumento, bastando visualizar uma árvore de DAP = 20 cm (ou uma faixa), fazendo-a coincidir com os dois lados da abertura da mira. Medindo-se a distância do observador até a árvore, tem a distância R.

No caso da falta de instrumentos na hora da medição, o observador poderá utilizar o seu polegar como sendo a abertura da mira, e possivelmente obterá um valor em torno de 4, variando conforme o indivíduo e a posição do braço, de acordo com a expressão (15).

A escolha do fator (K) a ser usado, está sempre vinculada a características do povoamento a ser estimado, como por exemplo: acidentes topográficos, densidade populacional, homogeneidade ou heterogeneidade na distribuição dos diâmetros, etc.

Para se realizar um bom trabalho, o número de árvores a serem contadas, deve estar entre 10 a 20 unidades por prova de numeração angular.

Em povoamentos heterogêneos geralmente se usa fatores menores pelo fato de que sendo maior o R, haverá maior probabilidade de a parcela ser mais representativa do povoamento.

Como uma prova com o fator 1, demora geralmente o dobro de duas provas com o fator 4, é mais viável se usar o K = 4 em povoamentos densos e acidentados, além de haver ainda o problema de superposição de troncos, o que dificulta a contagem com um K pequeno. Por outro lado o número de árvores contadas é alto, o que pode ocasionar erros.

Como regra geral utiliza-se K = 4 para povoamentos de área basal de 40 m²/ha ou mais; K = 2 para áreas basais de 20 a 40 m²/ha e K = 1 para densidades menores ou populações irregulares (26).

No caso da superposição de troncos, o observador deve se deslocar lateralmente, mantendo a mesma distância até a árvore em questão, até que a mesma fique com o seu tronco livre. Depois de tê-la visado o observador volta ao centro de numeração e continua o trabalho.

Quanto ao número de estações ou prova de numeração angular (P.N.A.) por hectare, os seguintes fatores devem ser observados: área do povoamento,

fator instrumental (K), homogeneidade populacional e consequentemente precisão requerida.

Quanto à localização das PNA (prova de numeração angular), dentro do povoamento, Bitterlich sugere que ela seja feita de maneira sistemática com disposição reticulada das parcelas no campo. Uma bússola de baixa precisão se presta bem para este tipo de trabalho.

Nos plantios onde o espaçamento é constante, os centros das PNA poderão ser determinados pela contagem do número de fileiras correspondentes à distância entre os centros das PNA.

Para a constante instrumental K = 4, Bitterlich propôs uma fórmula que dá a distância entre os centros de PNA.

$$a = 48 + 2\sqrt{S} \qquad (16)$$

onde a = distância entre os centros de PNA, em metros;
S = superfície total do povoamento em ha.

Empregando-se esta fórmula, obtêm-se os valores da Tabela 4..

Tabela 4. Número de PNA por hectare

Superfície em ha	Distância entre os centros	PNA por ha
1	50	4,0
4	52	3,7
9	54	3,4
16	56	3,2
25	58	3,0
36	60	2,8
49	62	2,6
64	64	2,4
81	66	2,3
100	68	2,2
400	88	1,3
900	108	0,9

Para a constante 2, a fórmula é:

$$a_2 = 58 + 2\sqrt{S}$$

Para a constante 1, a fórmula é (16):

$$a_1 = 68 + 2\sqrt{S}$$

4.4 – ESTIMAÇÃO DA ÁREA BASAL COM O PRISMA

Este pequeno instrumento baseado na teoria de Bitterlich foi divulgado por Müller (Alemanha 1953) e Croner (Austrália 1954), sendo que nos Estados Unidos onde teve rápida divulgação, foi introduzido por Bruce (1955).

Por ser um instrumento muito prático e barato, além de boa precisão quando usado em terrenos com menos de 7% de declividade (40).

A graduação do prisma é dada em dioptrias (di), sendo que uma dioptria corresponde ao deslocamento de uma unidade em 100 unidades de distância. Esta afirmativa deriva-se de um princípio ótico que diz: a grandeza do deslocamento de uma imagem vista através de um prisma é proporcional a sua graduação expressa em dioptrias.

Desta maneira, um prisma de 2 dioptrias corresponde a uma barra de 1 m de comprimento e abertura da mira de 2 cm, portanto K = 1. Da mesma maneira um prisma de 4 dioptrias terá um K = 4.

A relação entre a graduação do prisma em dioptrias (di) e a constante instrumental K é dada pela equação:

$$di = 2\sqrt{K} \qquad \text{ou} \qquad K = \left[\frac{di}{2}\right]^2 \tag{17}$$

então para K = 1, prisma 2 $\sqrt{1}$ = 2 dioptrias;
K = 2, prisma 2 $\sqrt{2}$ = 2,83 dioptrias;
K = 3, prisma 2 $\sqrt{3}$ = 3,46 dioptrias;
K = 4, prisma 2 $\sqrt{4}$ = 4 dioptrias.

O prisma pode ser de cristal ou plástico, tendo geralmente as dimensões de 3 x 5 cm, sendo seu bordo superior vivo (sem bisel) (Figura 24).

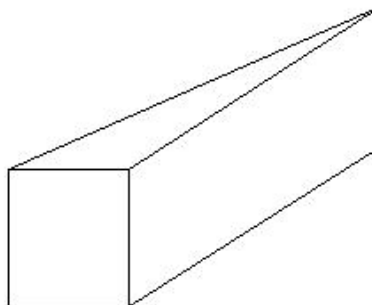



Figura 24. Prisma basimétrico

O uso do prisma obedece aos mesmos princípios discutidos anteriormente, tanto para as PNA como para a escolha de K.

Para manusear o prisma, basta observar através de seu bordo superior, visando os troncos das árvores na altura de 1,30 m (DAP). Na ocasião das leituras, o prisma ocupa o ponto central da estação, sendo que a distância do mesmo até o olho do observador não importa.

As árvores a serem contadas na PNA são aquelas cuja imagem deslocada, não se separa do fuste da árvore (Figura 25).

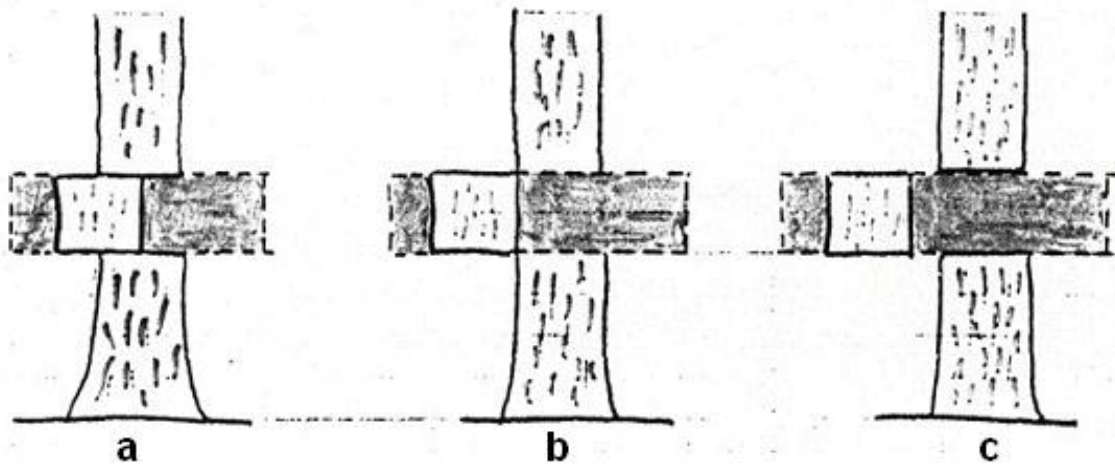



Figura 25. Visualização pelo prisma basimétrico

a imagem **a** corresponde à contagem igual a 1;
a imagem **b** a contagem 0,5
a imagem **c** à contagem 0.

Geralmente, quando se compra prismas no comércio, estes não vêm com a graduação exata, o que pode ocasionar erros em torno de 5% a 10% na área basal. Para corrigir estes erros o técnico florestal deve proceder da seguinte maneira.

Visa-se uma árvore de 20 cm de DAP ou mesmo uma faixa escura sobre uma base clara. Com o prisma na posição correta de manuseio, o observador vai afastando-se ou aproximando-se até uma posição tal que, a faixa ou a árvore como a Figura 25b. Neste ponto o observador para, e com uma trena mede a distância do prisma até a árvore ou faixa, sempre tendo o cuidado de que o terreno esteja em uma declividade máxima de 7% para evitar erros devido a inclinação do mesmo.

A graduação do prisma será então:

$$di = \frac{20 \cdot 100}{R}, e/ou, K = \left[\frac{1000}{R}\right]^2 \tag{18}$$

sendo R a distância em centímetros.

Por exemplo, se em um prisma a coincidência das linhas limites ocorre a 500 cm, ele terá:

di = 2000 / 500 = 4 dioptrias

K = (1000 / 500)² = 4

Se a distância fosse 490 cm, a graduação seria:

di = 2000 / 490 = 4,08 dioptrias

K = (1000 / 490)² = 4,16

Portanto, a correção de graduação de prisma é feita de maneira simples. Nos Estados Unidos a constante de graduação mais usada é de 10 pés quadrados por acre, aproximadamente 2,3 m²/ha (K ≈ 2,3).

4.5 – ESTIMAÇÃO DO NÚMERO DE ÁRVORES (N) POR HECTARE PELO MÉTODO DE BITTERLICH

O número de árvores por hectare constitui uma importante informação dendrométrica, pois este número serve de base para muitos cálculos na Dendrometria.

Foi visto anteriormente que se empregando um K = 1, para uma árvore de 20 cm de DAP, o R é igual a 10 m. Portanto a área da parcela que contém esta árvore é de 314,16 m².

Como só existe esta árvore na referida área, o cálculo de N é feito da seguinte maneira:

N = 10.000 / 314,16 = 31,84 árvores de 20 cm de DAP

Deste modo, pode-se generalizar o cálculo do número (N) de árvores de um determinado diâmetro (ou classe de diâmetro) por hectare, da seguinte maneira:

$$N = \frac{10.000}{\text{Área da parcela de área variável de raio (R)}} \tag{19}$$

Dividindo-se por 10.000, tem-se:

$$N = \frac{\frac{10.000}{10.000}}{\frac{\text{Área da parcela de área variável de raio (R)}}{10.000}}$$

$$N = \frac{1}{\frac{\text{Área da parcela de área variável de raio (R)}}{10.000}}$$

Nota-se que o denominador corresponde justamente à área seccional da árvore cujo DAP assume um R máximo. Exemplo: uma árvore de 20 cm de DAP possui uma área seccional de 0,31416 e R = 10 m.

Então, com K = 1, cada árvore contada com o instrumento corresponde a um número (N) de árvores por hectare, número este que é o inverso da área seccional da árvore.

Desta maneira, para qualquer outro K, cada árvore contada equivale a um número de árvores igual ao valor desse K multiplicado por L.

então:

$$N = \frac{1 \cdot 1}{\text{g}} \text{ para K = 1}$$

$$N = \frac{2 \cdot 1}{\text{g}} \text{ para K = 2}$$

$$N = \frac{4 \cdot 1}{\text{g}} \text{ para K = 4}$$

generalizando:

$$N = \frac{K}{\text{g}_1} = K\left[\frac{1}{\text{g}_1} + \frac{1}{\text{g}_2} + \frac{1}{\text{g}_3} + \frac{1}{\text{g}_4} + ... + \frac{1}{\text{g}_n}\right] \tag{20}$$

onde g_i = área seccional da árvore i.

A soma dos valores de N encontrados para cada árvore contada numa PNA, será o total de N_t árvores por hectare.

Exemplo: em uma PNA com K = 4, contou-se 4 árvores cujos DAP's encontram-se abaixo. O número total (N_t) de árvores por hectare será conforme mostrado na Tabela 5:

Tabela 5. Número de árvores por hectare em função de um PNA

Árvore	DAP (cm)	g em m²	N = (K / g)
1	26	0,0531	75
2	40	0,1256	32
3	31	0,0754	53
4	21	0,0346	116

$N_t = \sum N = 276$ árvores

Existem tabelas que dão os valores de N, para os vários valores de K. Para evitar consultas a estas tabelas, Bitterlich idealizou uma fita graduada que fornece o número de árvores por hectare em função do K escolhido.

Fatores de Conversões de Variáveis da Árvore

Neste caso, deve-se considerar o N (número de árvores por hectare para a árvore contada na PNA), como sendo um FA (fator da árvore), transformando a fórmula:

$$N = \frac{K}{g}$$

$$FA = \frac{K}{g} \qquad (21)$$

Fator de Volume

O fator de volume representa o número de unidade em m³, representado para cada árvore contada numa PNA. Então este FV será dado pela multiplicação do FA pelo volume da árvore contada (36).

Constante de Expansão

Para facilidade de cálculo, torna-se viável considerar o FA e FV como uma constante de expansão (E). Quando a área seccional da árvore contada é calculada em metros, e o DAP em cm, se expressa a mesma da seguinte maneira:

$$G = 0{,}0000785 \, DAP^2$$

então:

$$FA = \frac{K}{0{,}0000785 \cdot DAP^2} \qquad (22)$$

sendo

$$E = \frac{K}{0{,}0000785}$$

$$FA = \frac{E}{\mathrm{DAP}^2}$$

$$\text{e } FV = \frac{E}{\mathrm{DAP}^2} \cdot V \qquad (23)$$

Se por exemplo o V for calculado pela equação da variável combinada $V = aD^2H$, o FV fica expresso da seguinte maneira: (41)

$$FV = \frac{E}{\mathrm{DAP}^2} \cdot V$$

$$FV = \frac{E \cdot a \cdot DAP^2 \cdot H}{\mathrm{DAP}^2} = E \cdot a \cdot H \qquad (24)$$

Como "E" e "a" são constantes, pode-se transformar a fórmula em:

FV = CH

onde C = E (constante de expressão) x a (coeficiente da equação).

Isto implica em dizer que medidas de DAP poderão deixar de serem tomadas, pois bastaria a variável H (altura da árvore) para se ter o FV.

Observe-se também com relação as equações da FA e FV (25) e (26) que ambas são funções do DAP. Portanto, qualquer estimativa de variáveis da árvore poderá ser dada por:

$$Fx = \frac{E}{\mathrm{DAP}^2} \cdot x \qquad (25)$$

onde **x** representa a variável de interesse, por exemplo: CAP, altura da árvore, etc.

4.6 – CÁLCULO DO DIÂMETRO MÉDIO, CONHECENDO-SE A ÁREA BASAL

Como se falou anteriormente, o diâmetro médio de um povoamento responde o diâmetro da árvore de área seccional média do povoamento, que pode ser calculada da seguinte maneira:

$$gm = \frac{G}{N} \qquad (26)$$

No exemplo anterior havia 276 árvores/ha. A área basal/ha indicada pela PNA em que se contaram 4 árvores com K = 4, será então:

G = 4 x 4 = 16 m²/ha

onde: gm = g = (16 / 276) = 0,0579 m²

Sendo $$g = \pi \frac{d^2}{4}$$

tem-se $$d^2 = \frac{4g}{\pi} \therefore d = \sqrt{\frac{4g}{\pi}}$$

$$d = 2 \cdot \sqrt{\frac{g}{\pi}}$$

$$d = 2 \cdot \sqrt{\frac{0,0579}{3,1416}} = 0,2715m = 27,15cm$$

Portanto, o diâmetro médio do povoamento será de 27,15 cm.

5. – MEDIÇÃO E ESTIMAÇÃO DA ALTURA

A variável altura, tal como o diâmetro, é uma importante característica da árvore ou do próprio povoamento florestal. É de suma importância no cálculo do volume e dos incrementos.

Normalmente, quando se quer analisar o desenvolvimento de uma espécie, em um determinado sítio, a variável usada para este fim é a altura. A mesma dá o comportamento da referida espécie no decorrer dos anos.

A altura também é uma variável de grande importância para determinar a qualidade do local "site quality", quando correlacionada com a idade da plantação (14). Este índice é um requisito básico para as chamadas tabelas de produção que é dado em função das árvores que ocupam as posições sociológicas de dominantes (Hdom) e codominantes (Hcod) na referida área.

5.1 – TIPOS DE ALTURAS

De acordo com a finalidade da medição ou estimativa, diversas alturas podem ser consideradas:

a) ALTURA TOTAL = altura correspondente à distância vertical entre o terreno e o ápice da copa da árvore;

b) ALTURA DO FUSTE = refere-se à distância vertical entre o terreno, até a base da copa;

c) ALTURA DA COPA = é a diferença entre a altura total e a altura do fuste (a - b);

d) ALTURA COMERCIAL = este tipo de altura é muito variável, pois, depende da finalidade a que se destina a madeira. Pode ser considerada para alguns fins, como a distância vertical do terreno até um diâmetro mínimo aproveitável ou mesmo até onde aparecer os primeiros falhos ou defeitos na árvore. Em árvores de matas tropicais onde ocorrem nas árvores as chamadas sapopemas (raízes tabulares), a altura comercial pode ser considerada como sendo a distância vertical contada de onde terminam estas sapopemas até um determinado ponto do fuste ou até mesmo na copa;

e) ALTURA DOMINANTE (Hdom) = altura média das 100 árvores dominantes de um local;

f) ALTURA CILÍNDRICA = corresponde ao produto de F x H (fator de forma) (ver item 8.1) pela altura total da árvore) a uma determinada área seccional. Corresponde a altura que teria um cilindro do mesmo volume da árvore cuja área seccional fosse a mesma para o cilindro e para árvore.

5.2 – MEDIDAS DA ALTURA

As alturas podem ser medidas diretamente ou indiretamente (estimativa).

As *medidas diretas* são aquelas tomadas sobre a árvore, dependendo diretamente da habilidade do operador, sem necessitar instrumentos específicos. Por exemplo, em árvores abatidas, a altura é tomada diretamente sobre a árvore com uma trena comum.

Em árvores em pé, pode-se utilizar varas graduadas de comprimento variável, que é colocada ao lado da árvore e vão sendo distendidas até ficarem da altura da árvore, bastando só fazer a leitura direta sobre a escala da mesma. Pode-se também subir na árvore e com uma trena medir a altura da mesma, mas este é um método impraticável. A estas medidas diretas, deram-se os nomes de métodos diretos ou expedidos.

Nas *medidas indiretas* (estimativas) necessárias se faz o uso de instrumentos diversos, que são genericamente chamados de hipsômetros. Às vezes, quando não se tem um hipsômetro às mãos, emprega-se métodos simples, geralmente de baixa precisão, mas que dão a altura da árvore, que dependendo das condições do local, pode ter uma relativa precisão. BRUCE & SCHUMACHER (10), afirmam que normalmente se cometem erros de ordem de 0,30 a 0,60 m em

condições ideais de trabalho. Estes erros em geral são cometidos superestimando os valores reais das alturas.

Os métodos indiretos, que são mais comuns para medições de alturas baseiam-se em dois princípios básicos:

a) Princípio Geométrico – através das relações entre triângulos semelhantes;
b) Princípio Trigonométrico – baseia-se no conhecimento das relações angulares de triângulos retângulos.

5.3 – MÉTODOS E INSTRUMENTOS UTILIZADOS NO PRINCÍPIO GEOMÉTRICO

Como se informou anteriormente, estes métodos e instrumentos são baseados nas relações entre triângulos semelhantes, sendo que em alguns deles, se faz desnecessário o uso de instrumentos.

Dentre os inúmeros métodos existentes, citam-se os seguintes:

5.3.1 – MÉTODOS DAS SOMBRAS

Método que pode dar bons resultados, quando se tem condições de executar seus princípios corretamente. O observador coloca perto da árvore que se quer medir, uma vara ou balisa fixa ao chão, que fique em posição vertical. Se estiver fazendo sol, tanto a árvore como a vara irão projetar suas sombras no solo (Figura 26), donde se tira a seguinte expressão:

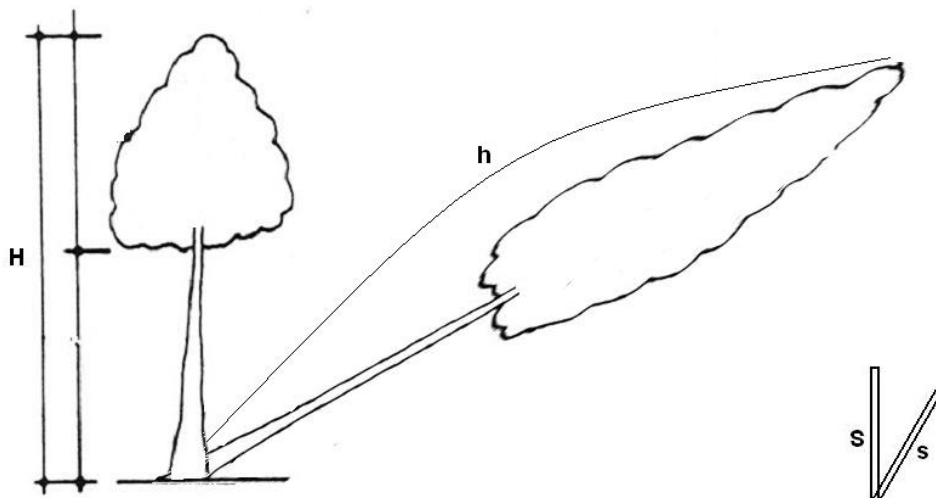



Figura 26. Método das sombras

$$\frac{H}{h}=\frac{S}{s}\rightarrow H=\frac{S\cdot h}{s}$$

onde: H = altura da árvore;
h = comprimento da sombra da árvore;
S = altura da vara;
s = comprimento da sombra da vara.

Tanto h, S e s são fáceis de medir que permitem determinar H. Deve-se notar que este método só pode ser aplicado em dias de sol e a árvore deve estar bem na vertical. Em dias nublados, ao meio dia e em povoamentos onde as copas são relativamente juntas, este método se torna impraticável.

5.3.2 – MÉTODO DA SUPERPOSIÇÃO DE ÃNGULOS IGUAIS

Este método consiste em se colocar junto à árvore que se quer medir, uma vara ou qualquer objeto de altura conhecida, por exemplo uma baliza de 2 m de comprimento. O observador com o braço distendido, segurando na mão um lápis na posição vertical, vai se afastando de maneira que o lápis fique exatamente coincidindo com os extremos da baliza, isto é, superpor exatamente a baliza.

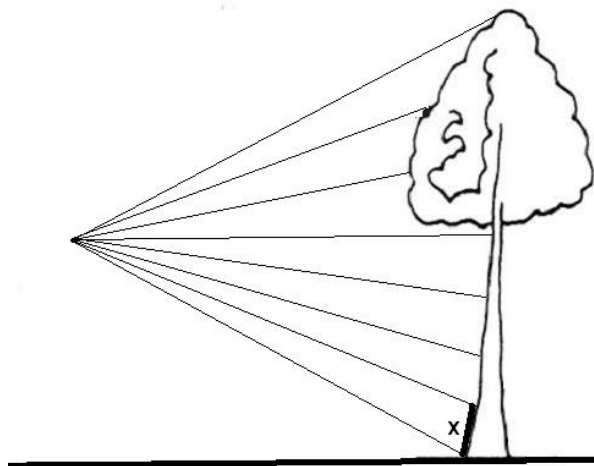
No caso de se precisar de uma grande distância para haver esta coincidência, o observador pode diminuir o tamanho do objeto que está junto a árvore, ou dobrar braço, até conseguir a posição exata. Feito isto, o observador vai elevando o braço fazendo coincidir agora a extremidade da base do lápis com a extremidade superior da baliza e visualiza o ponto em que a parte superior do lápis coincide na árvore. Feito isto, repete a operação anterior até que chegue no topo da árvore. Para se ter a altura da árvore basta multiplicar quantas vezes o lápis foi elevado pelo comprimento da baliza (Figura 27).

$$H=\sum_{i=1}^{n}x$$

Figura 27. Ângulos de superposição

No caso, na última superposição se não houver coincidência do lápis com uma parte inteira da árvore (x), o observador deverá ser capaz de estimar quanto de x aquela parte corresponde. Nota-se pelas posições inclinadas que o lápis toma, que é um método de baixa precisão.

5.3.3 – MÉTODO DA VARA

Com uma vara de preferência fina para facilitar a visualização da árvore, e de comprimento mais ou menos de 1 metro, o observador pode calcular a altura de uma árvore da seguinte maneira: segura a vara verticalmente, de maneira que o comprimento da mesma acima da mão seja igual à distância do olho do observador até a vara. Segurando a vara em frente à vista e movendo-se para frente ou para trás até que a imagem da árvore coincida exatamente com o tamanho da vara, o observador determinará a altura da árvore medindo a distância horizontal da árvore até o ponto em que ele está localizado. O fato é explicado pela Figura 28.

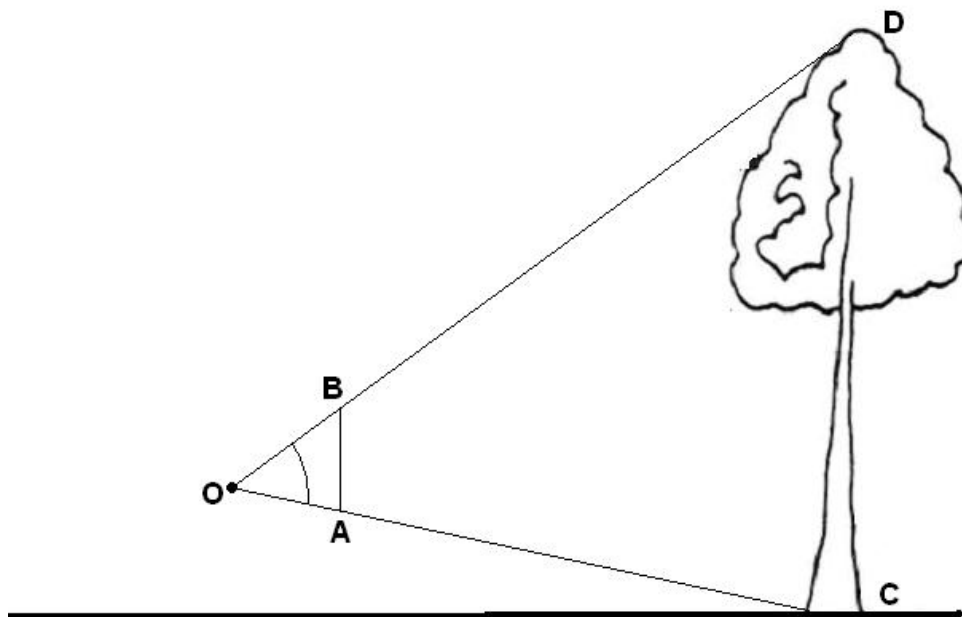



Figura 28. Método da vara

$$\Delta OCD \approx \Delta OAB$$

$$\frac{OA}{AB} = \frac{OC}{CD}$$

sendo CD = H

$$CD = \frac{AB \cdot OC}{OA}$$

sendo AO = AB

H = OC

onde OC = distância do observador até a árvore;

H = OC.

5.3.4 – MÉTODO DAS DUAS BALIZAS

O observador depois de localizado em um ponto onde haja condições de ver a base e o topo da árvore, coloca duas balizas fincadas ao chão, distantes de mais ou menos 1 metro e age da seguinte maneira: no ponto superior da baliza a (que deve ser menor) ele olha a base da árvore através da outra baliza b, marcando na mesma com um traço o local da coincidência. Depois repete a operação, visando a parte superior da árvore e marcando novamente o ponto de coincidência na outra baliza.

Para evitar duas marcas, procura-se fazer que a linha de visada coincida sobre o estremo da outra baliza. Medindo-se a distância entre os dois pontos marcados e multiplicando-a pela relação da distância entre as duas balizas (deve-se sempre usar um número inteiro), tem-se a altura da árvore. (Figura 29).

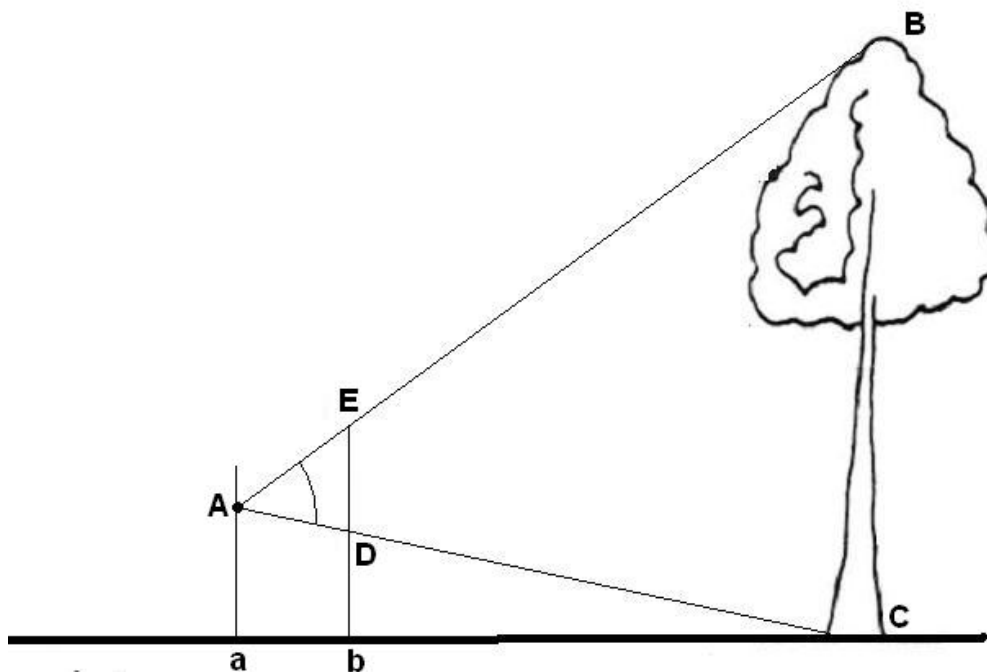



Figura 29. Método das duas balizas

$\Delta ABC \approx \Delta ADE$ onde GB = H

$$\frac{AC}{CB} = \frac{AD}{DE}$$

AC = distância da baliza até a árvore ;
AD = distância da baliza *a* até a baliza *b*;
DE = distância entre os pontos marcados.
H = Nº inteiro x DE

$$H = \frac{AC \cdot DE}{AD}$$

Para que a relação AC/AD seja um número inteiro, deve-se colocar uma baliza distante da outra como, por exemplo:

AD = 1 m e AC = 10 m, então AC/AD = 10/1 m
e a altura da árvore será H = 10 x DE.

5.3.5 – MÉTODO DO ESQUADRO DE LEDUC

Neste método, utiliza-se um esquadro formado por três diferentes ângulos, mas possuindo em seu meio uma barra que torna o triângulo escaleno em dois triângulos retângulos (Figura 30).

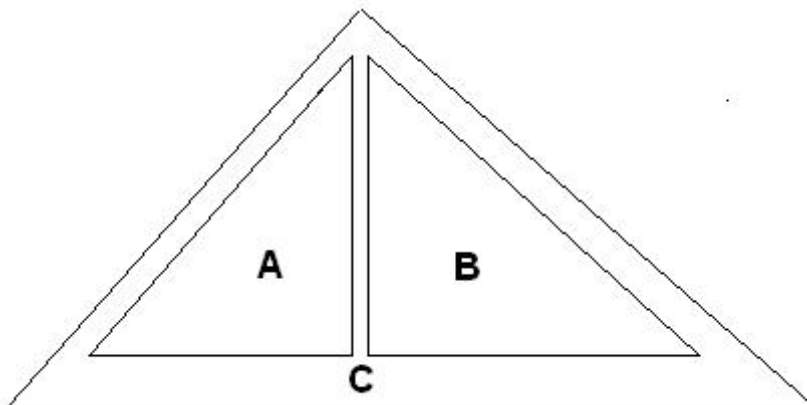
O observador segurando o esquadro em qualquer posição, colocando-o junto a sua vista, procura visar o topo da árvore com uma linha divisada tirada pelo lado superior do esquadro. A altura da árvore é dada pela soma da distância do observador até a árvore, mais a distância vertical do chão ao olho do observador. (Figura 31).

A e B = triângulos retângulos;
C = divisão do esquadro e que serve também para servir de braço para o observador sustentar o esquadro.

Figura 30. Esquadro de Leduc

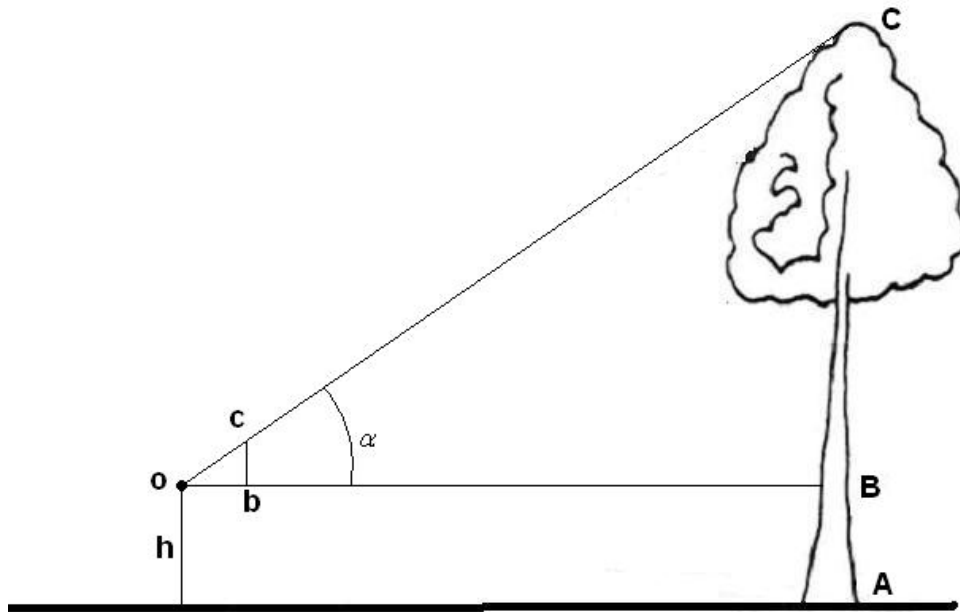



Figura 31. Aplicação do esquadro de Leduc

Como α é o mesmo para os 2 triângulos formados, tem-se:

Δ Obc ≈ Δ OBC

onde ob = bc e OB = BC

H = BC + AB → H = OB + h

Sendo OB = distância do observador até a árvore.

AB = h = distância vertical do chão até o olho do operador.

Usa-se acoplado ao esquadro um fio de prumo que na hora da medição é pendurado em um dos lados para que o esquadro mantenha sempre um ângulo de 90° em relação à distância horizontal OB.

5.3.6 – PRANCHETA DENDROMÉTRICA

Esta prancheta é composta, geralmente, de uma tábua de 30 cm de comprimento por 10 cm de largura, e graduada em mm a partir da metade do comprimento em ambos os lados, possuindo um fio de prumo preso na parte superior do meio da tábua, isto é, no lado oposto a graduação (23).

As visadas do topo da árvore e de sua base são idênticas, sendo a altura a soma das duas.

A Figura 32 está mostrando a leitura do ápice de uma árvore, sendo que quando o observador coloca-se a 10 m da árvore, a altura CB da mesma será conseguida por uma simples multiplicação por 100, graças às dimensões da prancheta, o mesmo se fazendo depois para a leitura da base BD.

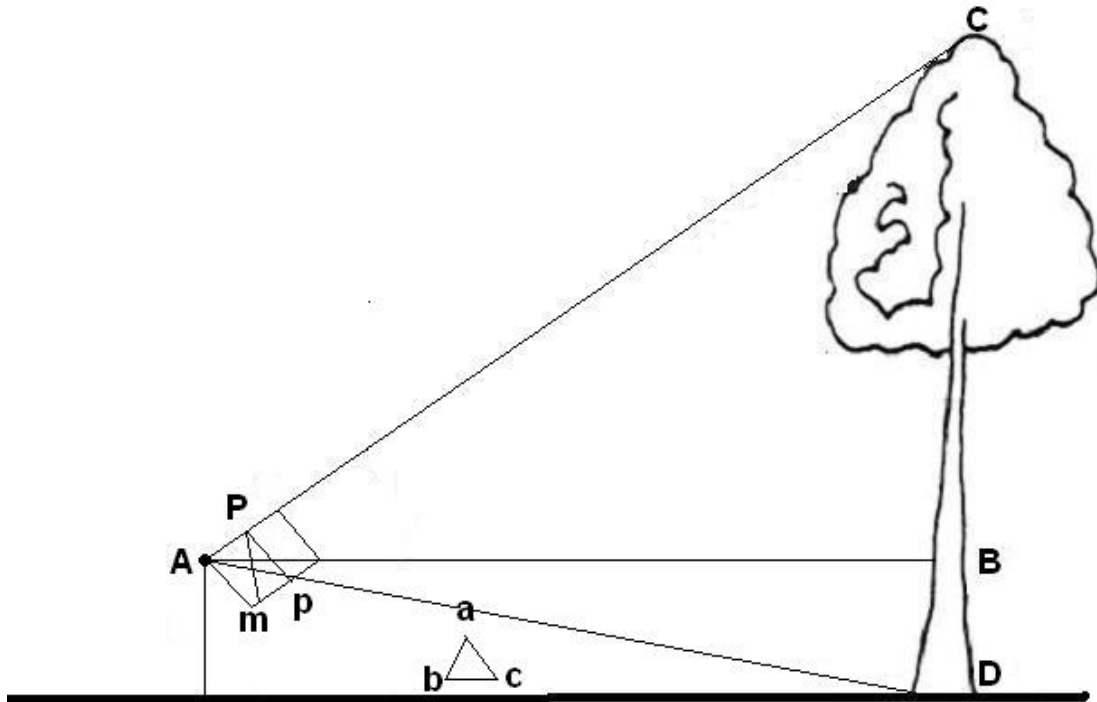



Figura 32. Demonstração de uso da prancheta dendrométrica

$$\frac{CB}{AB} = \frac{pm}{Pp}$$

onde:

$$\frac{CB}{pm} = \frac{AB}{Pp}$$

$$CB \cdot Pp = AB \cdot pm$$

$$CB = \frac{AB \cdot pm}{Pp}$$

sendo: Pp = 0,1 m = 10 cm;
Pm = leitura na prancheta;
AB = distância horizontal do observador até a árvore.

$$CB = \frac{distância \cdot leitura}{0,1}$$ se a distância for 10 m.

$$CB = \frac{10 \cdot leitura}{0{,}1}$$

CB = 100 x leitura

Repete o processo para calcular BD, e tem-se a altura da árvore por:

H = CB + BD ou:

$H = (100 \times l_1) + (100 \times l_2)$

$H = 100\,(l_1 + l_2)$

5.3.7 – HIPSÔMETRO DE MERRIT

Este hipsômetro é um dos lados da régua de Biltmore construída nos Estados Unidos. O instrumento mede a altura da árvore subdividindo-a em toras, que no instrumento original são de 16 pés, o que corresponde a toras de 4,87 metros (3).

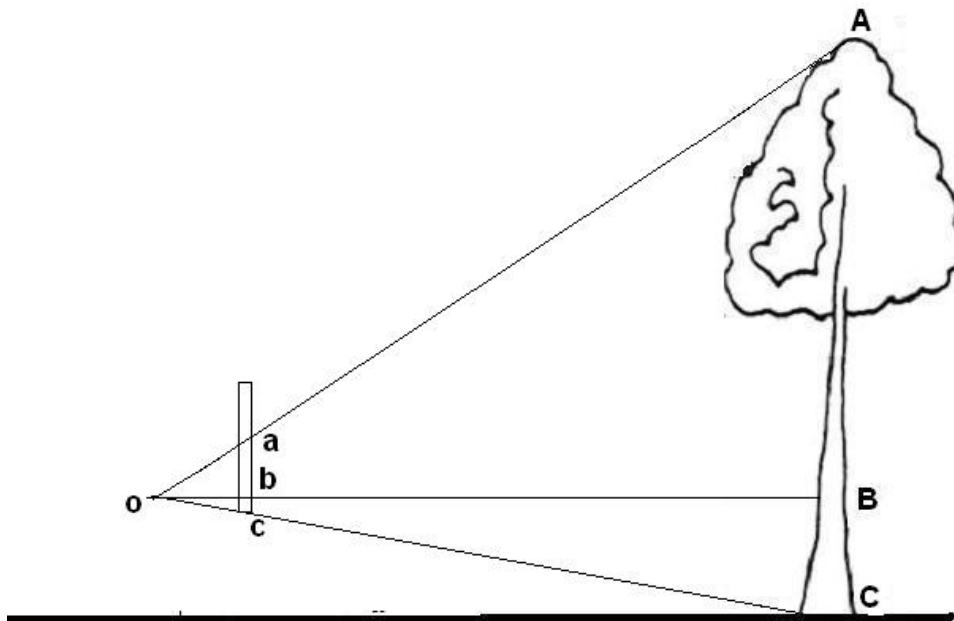



Figura 33. Uso do hipsômetro de Merrit

onde:

bc = tora de 4,87 m marcada no hipsômetro
BC = tora de 4,87 m marcada na árvore
oc = 25 polegadas = 63,5 cm
OC = 20 ou 30 metros

Nestas dimensões o valor de bc é dado pela seguinte expressão:

$$\frac{oc}{bc} = \frac{OC}{BC}$$

$$\frac{BC}{bc} = \frac{OC}{oc} \qquad \text{onde} \qquad bc = \frac{BC \cdot oc}{OC}$$

Usando OC = 20 m = 2000 cm

$$bc = \frac{16\,pés \cdot 25\,polegadas}{20m}$$

$$bc = \frac{4,87m \cdot 0,635m}{20m} = 0,154m = 15,4cm$$

Então nas dimensões originais, uma tora na árvore de 4,87 m, equivale a 15,4 cm no hipsômetro.

No instrumento original o observador deve localizar-se a 20 ou 30 metros da árvore a ser medida e segura o hipsômetro verticalmente a uma distância do olho de 25 polegadas, o que corresponde a 63,5 cm, e conta sobre o mesmo número de toras de 4,87 metros que a árvore possui (Figura 33). Para se manter a distância de 63,5 cm entre o olho do observador e o hipsômetro, costuma-se usar um cordel amarrado ao mesmo com o referido comprimento de 63,5 cm.

Este hipsômetro pode ser constituído de acordo com as exigências do observador, bastando somente o mesmo manter as relações matemáticas da expressão de bc. Portanto, pode-se alterar a distância horizontal do observador até a árvore, o comprimento das toras, como também a distância do instrumento até o olho.

5.3.8 – HIPSÔMETRO DE KLAUSNER MODIFICADO (Aleixo)

O presente instrumento é uma simplificação do hipsômetro de Klausner, que é de difícil confecção e exige muito do operador. Esta modificação permite que o próprio observador construa seu instrumento facilmente, usando apenas madeira. (35).

O instrumento é usado da seguinte maneira (1):

a) o observador se distancia da árvore até um ponto em que veja a base da árvore e o topo da mesma;

b) feito isto, o observador leva o instrumento até a altura dos olhos, encostando-o à face;

c) visando a base da árvore o observador procura trazer a régua vertical até o ponto em que seu cruzamento com a régua horizontal coincida com a base da árvore;

d) havendo um perfeito ajustamento do cruzamento das réguas com a base da árvore, o observador visa o topo da árvore, fazendo ao mesmo tempo a leitura onde houver a coincidência do topo da árvore e a régua vertical;

e) feita a leitura na régua vertical, o observador retira o instrumento da posição e na régua horizontal faz a leitura na posição em que houver a coincidência entre as duas réguas;

f) determina a sua distância até a árvore e emprega a seguinte fórmula:

$$AB = H = \frac{OA \cdot ab}{oa}$$

onde:

AB = H = altura da árvore;
OA = distância do observador até a árvore;
ab = leitura na régua vertical em cm;
oa = leitura na régua horizontal em cm.

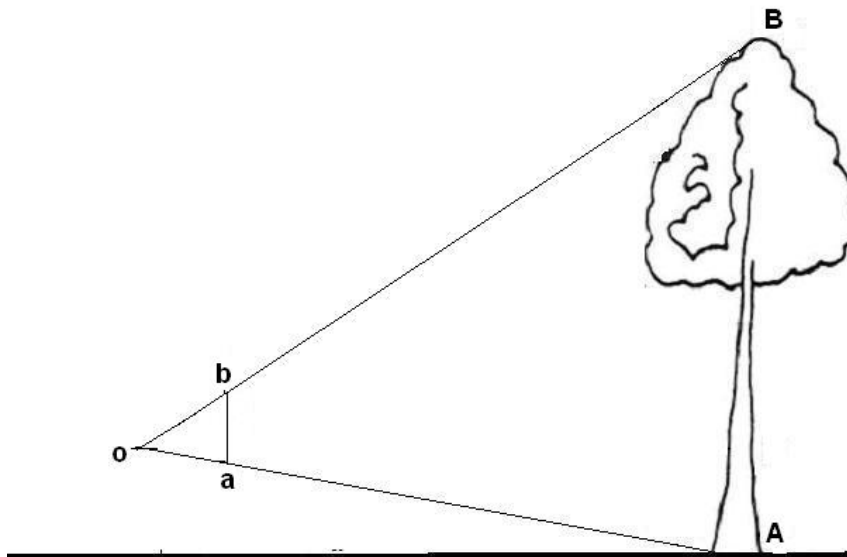



Figura 34. Diagrama para o uso do hipsômetro de Klausner modificado por J. A. Aleixo da Silva

$$\frac{oa}{ab} = \frac{OA}{AB}$$

$$AB = \frac{OA \cdot ab}{oa}$$

Exemplo: Qual a altura de uma árvore que está a uma distância de 15 m do observador, quando as leituras foram as seguintes: régua horizontal = 10 cm e régua vertical = 20 cm?

oa = 10 cm
ab = 20 cm
OA = 15 m = 1500 cm

$$AB = H = \frac{1500 \cdot 20}{10} = 3000cm = 30m$$

Quando OA = oa, a fórmula é:

H = ab em m.

Observação: quando a leitura na régua horizontal em cm coincidir com a distância do observador até a árvore feita em cm, a leitura vertical em cm é a leitura da árvore em m.

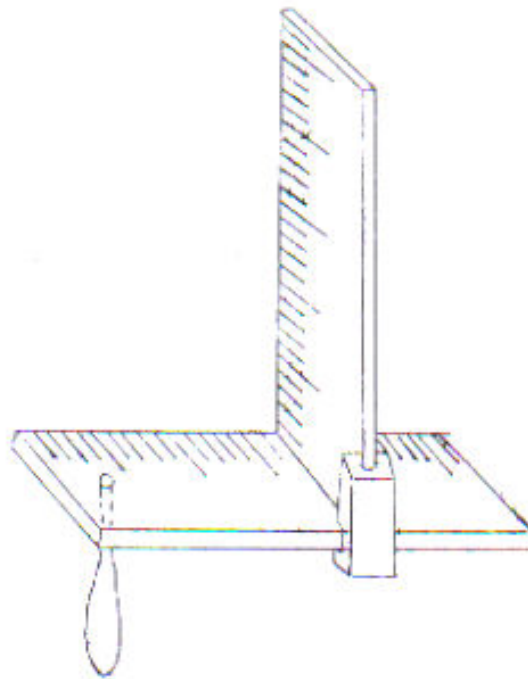



Figura 35 – Hipsômetro de Klausner modificado por J. A. Aleixo da Silva

5.3.9 – HIPSÔMETRO DE CHRISTEN

É um dos instrumentos mais simples para medir altura de árvores, apresentando ainda a grande vantagem de dispensar a medida da distância do observador até a árvore, como também de dar a leitura direta da altura da árvore. Este instrumento consta de uma régua que pode ser de madeira ou de metal, com uma graduação entre as duas aberturas, distantes de 30 cm. (Figura 36).

Para usá-lo se faz necessário o uso de uma baliza de comprimento entre 2 e 4 m, variando com a graduação do instrumento e que deve ficar encostada junto a mesma. (50).

O observador localiza-se em qualquer lugar em que possa ver a árvore totalmente, e com o hipsômetro suspenso procura enquadrar a árvore entre suas reentrância e lê a altura diretamente no local em que a baliza colocada junto a árvore, coincida no instrumento, pois o mesmo foi construído em função desta. O princípio geométrico está contido na Figura37.

Figura 36. Hipsômetro de Christen

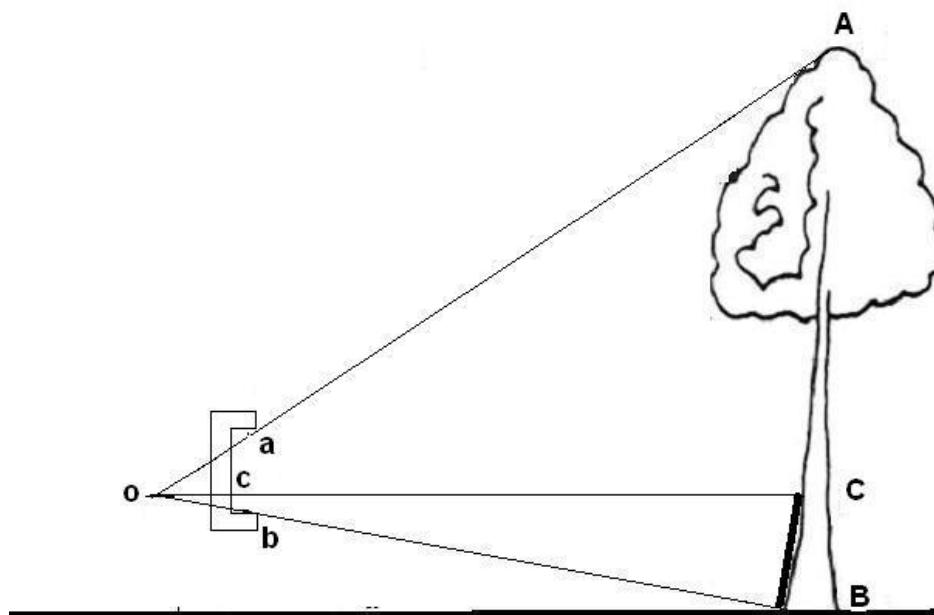



Figura 37. Princípio do emprego do hipsômetro de Christen

$$\frac{AB}{CB} = \frac{ab}{cb} \rightarrow cb = \frac{ab \cdot CB}{AB}$$

onde: cb = altura da árvore representada na régua;
ab = 30 cm = distância entre as reentrâncias;
CB = 4 metros = tamanho da baliza;
AB = altura da árvore.

O que interessa é o cb, porque o AB é o valor que se vai supor para alturas de árvores, para-se encontrar que cb corresponde ao mesmo hipsômetro.

Exemplo: quantos centímetros devem ser marcados no hipsômetro para representar uma árvore de 30 metros, quando o tamanho da baliza for 4 metros?

$$cb = \frac{0,3 \cdot 4}{30} = 0,04m = 4cm$$

Então no hipsômetro na ordem crescente, marcaria 4 cm que corresponderia a uma árvore de 30 metros, então na realidade se media 4 cm e escreveria 30 m. E desta forma vai substituindo valores de alturas de árvores sendo que a medida que estão vão diminuindo de tamanho, as distâncias entre as marcas vão aumentando, ocorrendo o inverso com árvores grandes, provocando um adensamento na escala, dificultando a leitura.

Outra maneira de se usar o hipsômetro de Christen é fazer sobre o mesmo somente uma marca, por exemplo, aos 3 cm. Neste caso procura-se enquadrar a árvore dentro das reentrâncias do Hipsômetro e no ponto em que está marcado, manda-se um auxiliar marcar na árvore. Depois mede esta distância vertical na árvore e multiplica por 10, pois no instrumento existe uma relação de 30 cm para 3 cm que é igual a 10. O número resultante será a altura da árvore.

5.3.10 – HIPSÔMETRO DE KLAUSNER

Este instrumento é composto de 3 réguas metálicas, (A, R e H) que são acopladas entre si, sendo que a régua A é fixa, enquanto que a R e H são móveis (Figura 38).

A régua metálica A, possui 15 centímetros de largura, e possui em uma das extremidades, uma régua R que serve de linha visual cada uma dessas réguas possui no extremo livre T um sistema de objetiva visual e 0.

A régua móvel R, pode ser subida ou abaixada por meio de uma rosca debaixo da união V. A régua A está graduada em divisões que correspondem as

unidades de medições de distâncias horizontais da árvore ao operador; junto a este plano há um sistema móvel, com a régua H, mantida verticalmente por meio de um peso P.

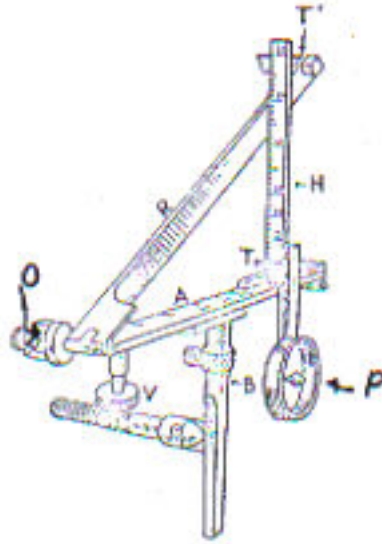



Figura 38. Hipsômetro de Klausner

Esta régua está graduada e é a escala de altura do instrumento, que possui um grampo rosqueado para ser fixado ao tripé B. (50).

Para trabalhar com este hipsômetro, age-se da seguinte maneira: fixado o aparelho em um tripé verticalmente, mede-se a distância da árvore ao instrumento, e correndo a régua móvel H sobre a régua A, põe-na graduação da escala correspondente à distância.

Depois por 0 e T se visa a base da árvore, através da régua R, visa-se o topo da árvore por 0 e T, pois R que serve como linha de visada, pode ser abaixada ou levantada, movimentando-se V. Depois olha-se na régua H e ver qual a distância vertical marcada em H, que corresponde a altura da árvore em metros.

Este instrumento apresenta as seguintes vantagens:

a) sendo fixado a um tripé, evita que o vento o sacuda, o que pode ocorrer com o hipsômetro de Christen;
b) também se lê diretamente a altura da árvore;
c) é bem exato.

Como inconvenientes podem ser citados:

a) não é compacto nem de fácil transporte;

b) exige sempre um tripé;

c) como está unido por sistema de parafusos, se desajusta facilmente.

5.3.11 – HIPSÔMETRO DE FAUSTMANN

Consta de uma armação que pode ser metálica ou de madeira, de 8 x 19 cm, no qual, paralelamente em um de seus lados mais curtos e a certa distância do mesmo, existe uma reentrância onde se coloca uma pequena régua de madeira, deslocável e perpendicular a escala das alturas e na qual existe duas linhas de referências, geralmente assinaladas por I e II. A dupla escala de alturas é marcada com números invertidos é lida através do espelho. Existe também um fio de prumo preso à régua móvel num ponto central superior, ponto este que define, justamente com o zero da escala das alturas, uma linha perpendicular a esta mesma escala (50).

Além do espelho onde as leituras são feitas no ato das medições, existe ainda um sistema ocular, através do qual se visa a base e o topo da árvore (Figura 39).

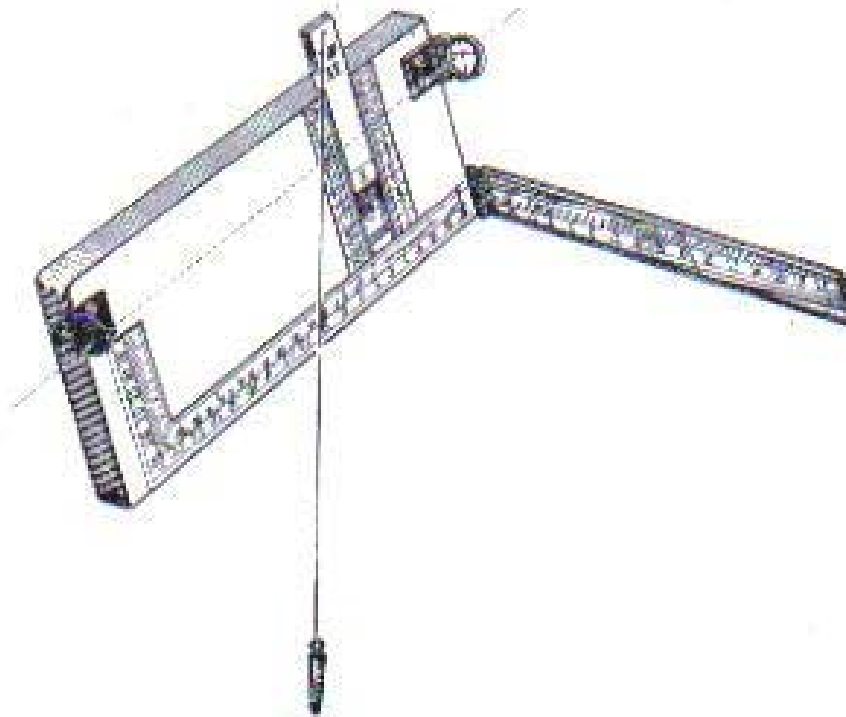



Figura 39. Hipsômetro de Faustmann

Para manusear este hipsômetro deve-se agir da seguinte maneira: mede-se a distância do observador até a árvore e marca-a na escala de distância através da linha de referência I ou II. Visam-se os pontos extremos da árvore, isto é, a

base e o ápice, lendo e cada vez a escala das alturas no ponto correspondente ao fio de prumo, somando ou diminuindo tais leituras, de acordo com a posição que o observador se encontra em relação a árvore, sendo o resultado a altura da árvore.

Comete-se erros com este instrumento, quando o fio de prumo fica oscilando, quando há vento, sendo que isto pode ser evitado quando se mantém o aparelho inclinado de tal forma que o fio de prumo fique encostado à madeira, endireitando-o somente no ato da leitura. Outra fonte de erros está na leitura sobre o espelho, pois, para que esta seja precisa o operador deve ser bastante hábil.

Este instrumento apresenta as vantagens de ser facilmente construído e transportável, além dos resultados obtidos serem bastante aceitável não se tratando de trabalhos de cunho científico.

5.3.12 – HIPSÔMETRO DE WEISE

Obedece ao mesmo princípio de funcionamento do hipsômetro de Faustmann, apresentando uma vantagem sobre o mesmo, que é a de não ser oscilado na presença do vento, o que constitui uma fonte de erro no hipsômetro de Faustmann, pois, o mesmo é constituído de uma haste metálica de secção triangular e tendo um peso na extremidade substituindo o fio de prumo, além de em cada número na escala das alturas possuir ranhuras que permitem o encaixe da haste na mesma, tornando o conjunto fixo no ato da leitura (Figura 40).

Figura 40. Hipsômetro de Weise

Da mesma maneira que no hipsômetro de Faustmann, a distância horizontal do observador até a árvore é introduzida na escala de distâncias, que é perpendicular à escala das alturas, em cuja extremidade se une com a haste de secção triangular.

É um instrumento que para ser bem manuseado exige um bom treinamento do operador, que com bastante prática pode chegar a medir cerca de 500 árvores diariamente (22).

5.3.13 – HIPSÔMETRO DE WINKLER

Este hipsômetro tem a mesma composição da Prancheta Dendrométrica, sendo que é um pouco mais complicado para se trabalhar com ele pela sua maior complexidade.

Ele se baseia no seguinte princípio: (Figura 41).

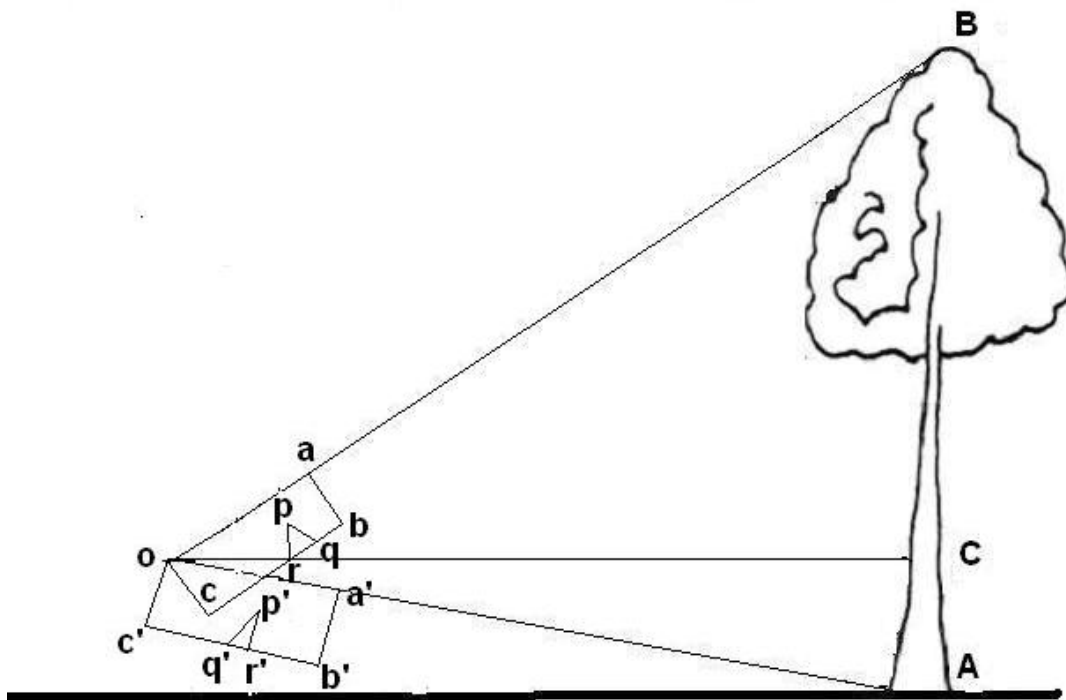



Figura 41. Demonstração do uso do hipsômetro de Winkler

onde

AC = AB + BC = H

Oabc = tábua retangular, que quando na horizontal ocorre uma coincidência de p com q na origem da escala, de partes iguais, que vai nos sentidos qc e qb do mesmo modo longitudinalmente pq.

Quando se visa o ápice da árvore por 0a, a vareta que substitui o fio de prumo, tomará a direção formando com a primitiva um ângulo rqp = AOB, sendo, pois os triângulos rqp e AOC semelhantes, tendo-se por tanto:

$$\frac{AB}{OB} = \frac{rq}{pq}$$

onde $$AB = \frac{OB \cdot rq}{pq}$$

Olhando-se a base da árvore do mesmo modo, tem-se:

$$\frac{BC}{OB} = \frac{r'q'}{p'q'}$$

onde $$BC = \frac{OB \cdot r'q'}{p'q'}$$

como H = AB + BC tem-se:

$$H = OB \cdot \left[\frac{r'q'}{p'q'} + \frac{rq}{pq} \right]$$

Na parte superior do instrumento AB existe nas tábuas verticais furos em seus centros e que servem para se fazer as visadas.

A vareta CD, dividida em partes iguais a escala de distância e altura, serve para medir as distâncias indicadas (Figura 42). Assim, o triângulo pqr indica que se os lados pq e qr têm o mesmo número de divisões iguais adotadas para OB e AB, pr deverá conter um número de divisões iguais as unidades contidas em AO, a fim de que as divisões da vareta CD possam servir para as medições das distâncias inclinadas.

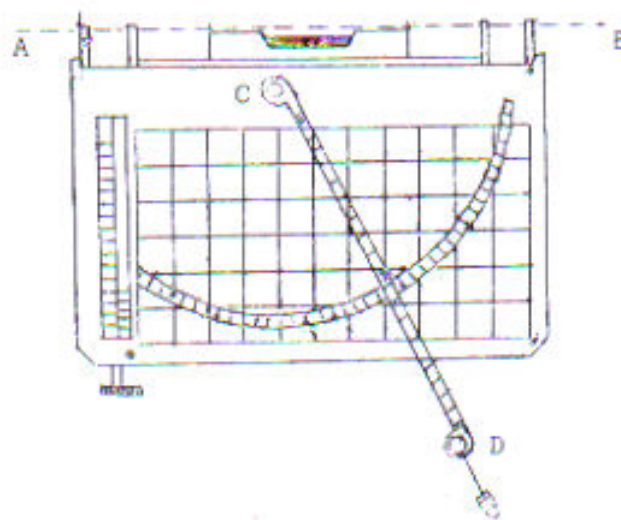



Figura 42. Hipsômetro de Winkler

5.3.14 – HIPSÔMETRO MISTO DE ALEIXO

Este instrumento é uma adaptação de uma série de métodos usados por outros, entre eles Klausner, Christen, Staff (vara), Merrit e Bitterlich na estimativa da área basal (1). O instrumento consta de uma régua horizontal de madeira, que serve de base e dois acoplamentos no seu final, que servem para sustentar uma régua transparente (vidro ou plástico) onde estão gravadas as escalas (Figura 43).

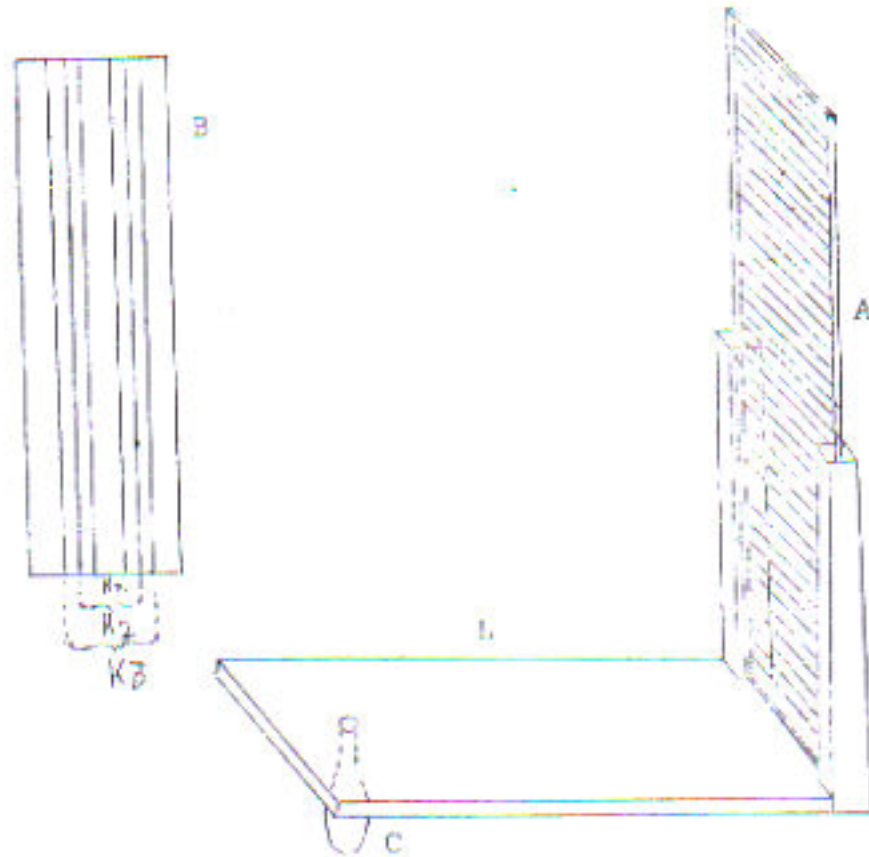



Figura 43. Hipsômetro Misto de Aleixo

onde:

A = régua graduada para altura;
B = régua graduada para área basal;
K_1, K_2, e K_3 = constantes instrumentais;
C = suporte;
L = comprimento do instrumento.

Os valores de K são calculados em função do L, que varia de acordo com o instrumento, e são calculados empregando o princípio de Bitterlich.

MODO DE USAR O INSTRUMENTO E FÓRMULAS

O instrumento pode ser usado de várias maneiras, podendo ser usado sem necessidade do cálculo da distância horizontal do observador até a árvore, isto quando se usa um padrão (vara) perto da árvore, como também pode ser utilizado junto a face ou não.

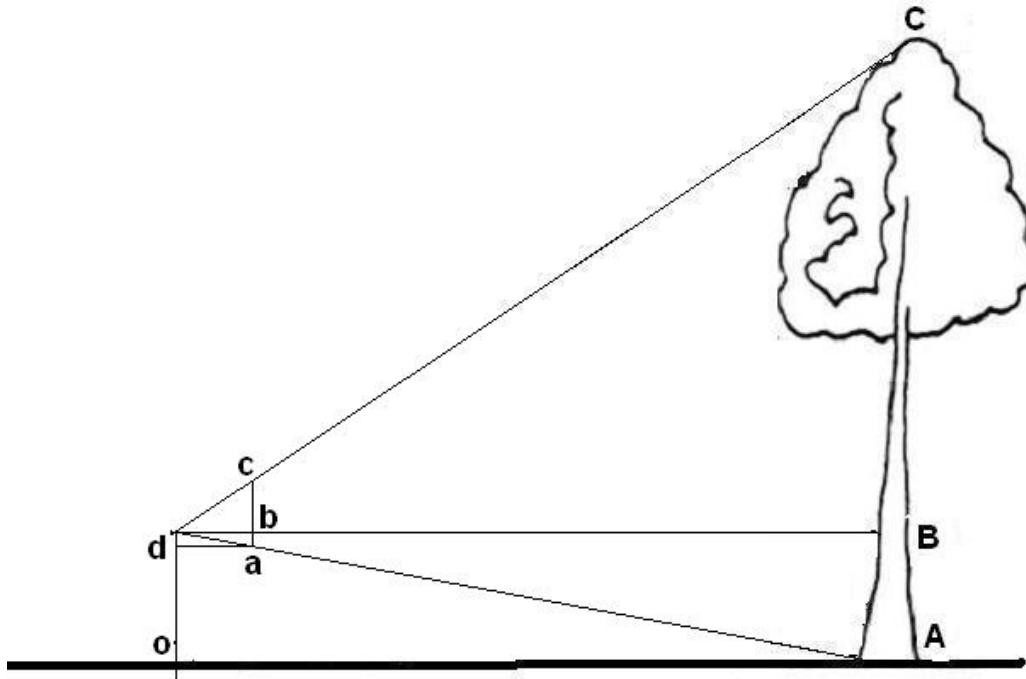



Figura 44. Princípio de uso do hipsômetro Misto de Aleixo

$$\frac{oa}{ac} = \frac{OA}{AC} \rightarrow AC = H = \frac{ac \cdot OA}{oa}$$

(quando o instrumento é usado sem uma baliza padrão perto da árvore);

onde:

ac = altura da árvore lida na régua vertical;
oa = comprimento do instrumento;
OA = distância horizontal do observador até a árvore.

Usando-se uma baliza padrão:

$$H = \frac{ac \cdot OA}{oa} \qquad (1)$$

Cálculo de OA

$$\frac{oa}{ab} = \frac{OA}{AB} \rightarrow OA = \frac{oa \cdot AB}{ab} \qquad (2)$$

substituindo (2) em (1)

$$H = AC = \frac{ac \cdot \left[oa \cdot \frac{AB}{ab} \right]}{oa} \rightarrow \frac{ac \cdot oa \cdot AB}{oa \cdot ab}$$

$$H = \frac{AB \cdot ac}{ab}$$

ou $H = \frac{h \cdot H'}{h'}$

onde:

AC = H = altura da árvore;
H' = altura da árvore lida na régua vertical;
h = altura da baliza;
h' = altura da baliza lida na régua vertical.

FORMAS DE USO DO INSTRUMENTO

a) Altura da árvore medindo-se a distância horizontal

Exemplo: qual a altura de uma árvore que está distante do observador de 20 m, sendo que na régua vertical leu-se 18 cm, sendo o comprimento do instrumento igual a 15 cm.

OA = 20 m = 2000 cm
oa = 15 cm
ac = 18 cm

$$H = \frac{ac \cdot OA}{oa} = \frac{2000 \cdot 18}{15} = 2400cm = 24m$$

b) Altura da árvore quando a distância horizontal do observador até a árvore em m e igual ao comprimento do instrumento em cm.

$$H(m) = \frac{OA(cm) \cdot ac(cm)}{oa(cm)}$$

$$OA(m) = oa(cm)$$

$$H(m) = ac(cm)$$

c) Altura da árvore sendo a mesma igual a distância horizontal da árvore até o observador.

Neste caso o observador procura ficar a uma distância tal que a árvore fique enquadrada entre o zero da régua vertical e 15 cm, sendo, pois oa = oc.

$$H = \frac{OA \cdot ac}{oa}$$

$$oa = ac$$

H = OA (distância horizontal do observador até a árvore)

d) Cálculo da distância horizontal do observador até a árvore, usando uma baliza padrão.

Ex: Qual a distância de um observador até que a árvore, sendo que em sua base está colocada uma baliza de 2 m de comprimento, e cuja leitura na régua vertical é de cm?

$$OA = \frac{oa \cdot AB}{ab}$$

OA = distância do observador até a árvore;
AB = comprimento da baliza = 2 m = 200 cm;
oa = comprimento do instrumento = 15 cm;
ab = altura da baliza lida na régua = 3 cm.

$$OA = \frac{15 \cdot 200}{3} = 1000cm = 10m$$

e) Cálculo de H. utilizando uma baliza padrão junto a árvore.

Neste método o instrumento pode ficar a qualquer distância da face do operador.

Exemplo: qual a altura de uma árvore cuja leitura feita na régua vertical foi de 23 cm, e a leitura na mesma régua de uma baliza de 2 m, foi 4 cm.

$$H = \frac{h \cdot H'}{h'} \rightarrow H = \frac{2000 \cdot 23}{4} = 1150cm = 11,50m$$

f) Altura da árvore lida diretamente na régua vertical, usando-se baliza padrão junto a árvore.

Neste caso o observador deverá se colocar numa posição tal que a altura da baliza em m, corresponda a uma leitura semelhante em cm na régua, tornando, pois:

$$h(m) = h'(cm)$$

$$H = \frac{h(m)}{h(cm)} \cdot H'(cm)$$

$$H(m) = H'(cm)$$

5.4 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como foi visto, os instrumentos e métodos utilizados baseando-se nos princípios geométricos são fáceis e simples de serem trabalhados, muitos deles nem sequer precisa-se de instrumentos.

Por outro lado, há de se notar que em um povoamento, raramente o terreno é totalmente plano para que não houvesse erros devido à inclinação. Estes métodos e instrumentos utilizados no princípio geométrico não corrigem a declividade. Outro grande inconveniente é que quase todos os métodos a única maneira de se determinar a distância horizontal é com uma trena sobre o terreno, o que não é fácil no meio de uma mata.

Quantos aos erros provocados por inclinações das árvores, discutir-se-á no item 5.8.

5.5 – BASES DO PRÍNCÍPIO TRIGONOMÉTRICO E INSTRUMENTOS UTILIZADOS

Vários são os hipsômetros baseados em princípios trigonométricos, sendo que quase em sua totalidade dão resultados bem mais precisos que os usados com base em princípios geométricos. Quando se emprega estes hipsômetros, ocorre a necessidade de se tomar duas leituras: uma da parte superior (h_1) e outra da parte inferior (h_2), sendo que a altura é obtida ao se somar ou subtrair estas leituras, conforme a posição da árvore em relação ao observador (Figura 45; a, b e c).

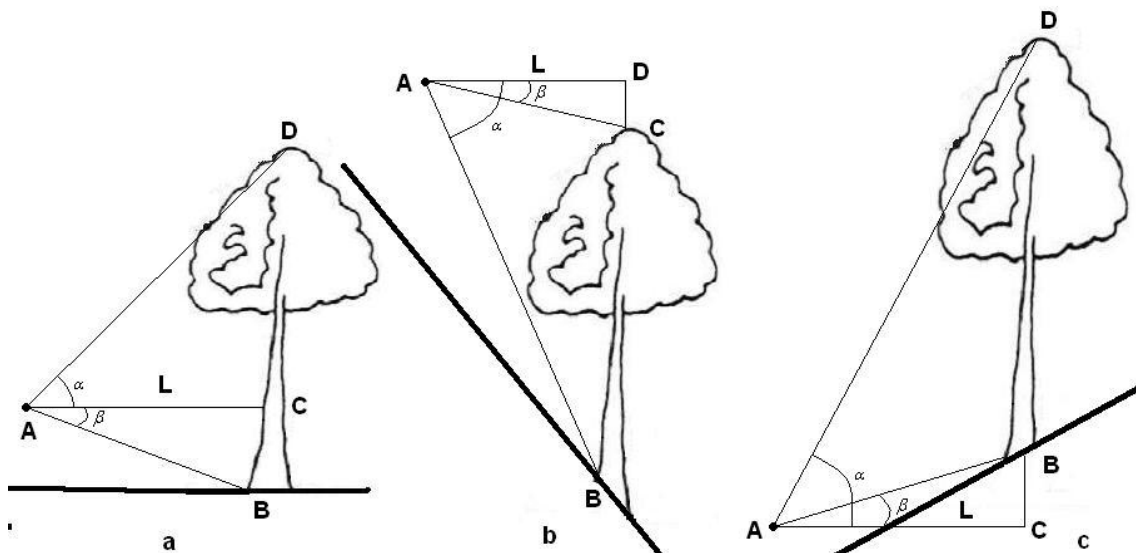



Figura 45. Posições das árvores em relação ao observador: bases do princípio trigonométrico.

Em todos os hipsômetros utilizados neste princípio há precisão de se medir a distância horizontal do observador até a árvore. Porém, nem sempre na prática é viável se medir esta distância, surgindo a alternativa de corrigir a altura estimada inicialmente (H_1), através de tabelas elaboradas em função do grau de

declividade do terreno. Assim sendo, deduz-se que a distância horizontal medida não é na realidade igual a o do terreno, sendo sempre maior, precisando-se de fazer tais correções.

Sendo L a distância do observador até a árvore, têm-se as seguintes expressões:

$$tg\alpha = \frac{CD}{AC} = \frac{CD}{L} \therefore CD = L \cdot tg\alpha$$

$$tg\beta = \frac{BC}{AC} = \frac{BC}{L} \therefore BC = L \cdot tg\beta$$

Considerando H = CD + BC, tem-se:

$$H = L \cdot tg\, \alpha + L \cdot tg\, \beta$$
$$H = L \cdot (tg\, \alpha + tg\, \beta)$$

Como os hipsômetros geralmente já dão os valores de $L \cdot tg\, \alpha$ e $L \cdot tg\, \beta$, basta somar as duas leituras para se ter a altura da árvore.

Designando $L \cdot tg\, \alpha = h_1$ e $L \cdot tg\, \beta = h_2$, conclui-se que:

$$H = h_1 + h_2$$

No caso das Figura 45 b e c, a situação muda de posição, pois as árvores não se encontram no mesmo nível do observador, tendo-se pois:

Figura 45b

$$tg\alpha = \frac{BD}{AC} = \frac{BD}{L} \therefore BD = L \cdot tg\alpha$$

$$tg\beta = \frac{CD}{AD} = \frac{CD}{L} \therefore CD = L \cdot tg\beta$$

Neste caso H = BD – CD

$$H = L \cdot tg\, \alpha - L \cdot tg\, \beta$$

$$H = L\, (tg\, \alpha - tg\, \beta)$$

onde $H = h_1 - h_2$

Na Figura 45c tem-se:

$$tg\alpha = \frac{CD}{AC} = \frac{CD}{L} \therefore CD = L \cdot tg\alpha$$

$$tg\alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{BC}{L} \therefore BC = L \cdot tg\beta$$

Sendo H = CD – BC tem-se:

$$H = L \cdot tg\, \alpha - L \cdot tg\, \beta$$

$$H = L(\text{tg}\ \alpha - \text{tg}\ \beta)$$

onde $H = h_1 - h_2$

Observa-se então que ocorrem casos em que as leituras devem ser somadas e em outras subtraídas. Partindo deste princípio, devem-se obedecer as seguintes regras (Tabela 6).

Tabela 6. Combinação de símbolos para a determinação da altura

Altura	Leitura superior	Leitura inferior
$H = h_1 + h_2$	+	-
$H = h_1 - h_2$	-	-
$H = h_1 - h_2$	+	+

As leituras só possuem sinais idênticos, quando ocorrem em um mesmo lado da escala do hipsômetro.

Vários são os instrumentos utilizados em medição de altura de árvores pelo princípio trigonométrico, sendo que na sua grande maioria são hipsômetros importados de custos relativamente altos.

5.6 – INSTRUMENTOS UTILIZADOS

5.6.1 – NÍVEL DE ABNEY OU CLINÔMETRO DE ABNEY

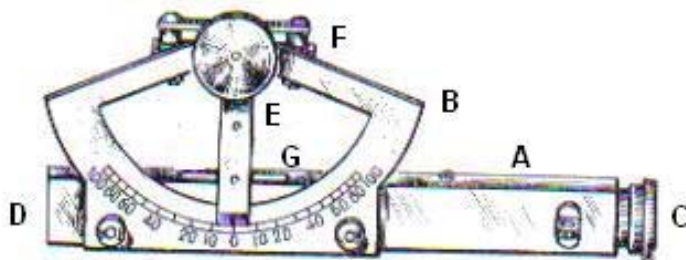
Sem dúvida alguma, o nível de Abney é o hipsômetro mais fácil de se conseguir, por ser de largo uso em outras ciências como a Topografia e também por ser mais barato que os outros hipsômetros, resistente, pequeno e leve.

Conforme a Figura 46, onde aparece o Nível de Abney nota-se que o mesmo é constituído de um tubo telescópio, que pode ser de secção quadrangular ou cilíndrica; de um aro graduado em tangentes multiplicadas por 100, portanto, em percentagem, como também sobre o mesmo aro uma escala em graus de 0° a 90°. Apresenta ainda um nível de bolha deslocável por uma haste que se apresenta como base de referência para se fazer as leituras em porcentagem, além de possuir ainda um vernier, utilizado para a escala graduada em graus, que dá a declividade em graus, como também avalia alturas, exigindo, contudo o uso de tabelas de tangentes.

A escala em percentagem, além de dar a declividade, também dá a altura indiretamente (23).

Em uma parte do tubo telescópio, fica a ocular e na outra há um vidro ótico obstruindo-a, no qual se inscreve o retículo horizontal, que é utilizado como

referência de visada, semelhante a linha de leitura do relascópio de espelho. Portanto, olhando-se através da ocular, observa-se simultaneamente o objetivo visado (no caso base ou ápice da árvore), o retículo e a bolha de ar (Figura 47).

Por causa de seu pequeno tamanho, este instrumento é indicado para trabalhar conjuntamente com o pentaprisma de Wheeler na determinação de diâmetros a várias alturas.

A = tubo telescópico;
B = Aro graduado, contendo escala de tg x 100 e graus;
C = Ocular;
D = Objetiva;
E = Haste;
F = Nível de bolha;
G = Fresta, para a entrada de luz.

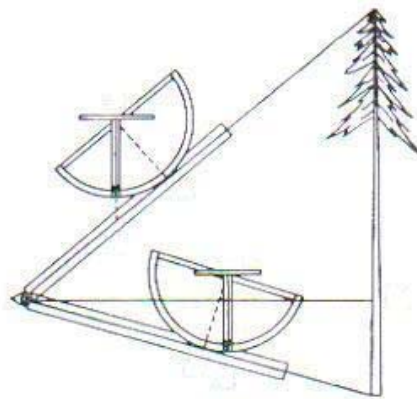



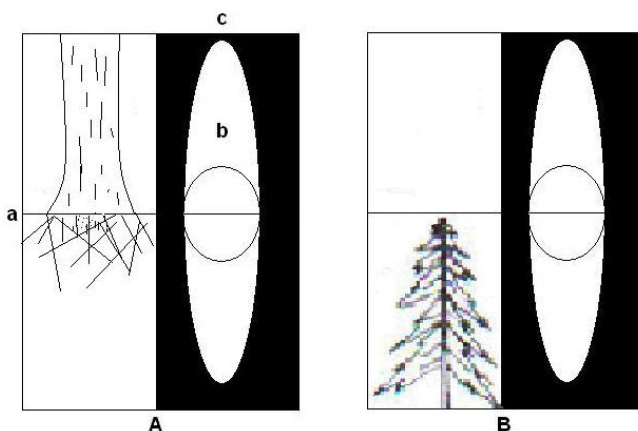
Figura 46 – Nível de ABNEY e seu modo de utilização

a = linha do retículo;
b = bolha de ar dentro d'água;
c = retículo.

Figura 47. Posições em que as partes da árvore são vistas pelo nível de Abney.

A Figura 47 mostra as posições em que as partes da árvore são vistas (A = visada da base e B = visada do ápice).

Para se efetuar a leitura no instrumento, olha-se através da ocular o topo da árvore fazendo coincidir com a linha do retículo, movendo simultaneamente a haste, até que a bolha de ar coincida também (Figura 47B). Para se obter a leitura, basta que se leia com auxílio do vernier ou nônio, na escala de graus ou de percentagem com auxílio da referência da haste. A altura da árvore também é dada, somando ou subtraindo h_1 e h_2, conforme a posição da árvore.

Portanto, usando-se a escala em graus, a altura da árvore é dada por:

$$H = L\,(tg\,\alpha + tg\,\beta) \quad \text{ou} \quad H = L\,(tg\,\alpha - tg\,\beta)$$

Porém, usando-se a escala de percentagens, necessário se faz uma adaptação das fórmulas gerais anteriores.

Sendo na Figura 45a, o desnível representado por CD para uma distância AC = L, para uma distância de 100 m o desnível será representado por h_1. Então:

em AC há um desnível CD.
em 100 m haverá um desnível l_1.

$$h_1 = \frac{CD}{AC} \cdot 100 \rightarrow h_1 = tg\alpha \cdot 100 \therefore tg\alpha = \frac{h_1}{100}$$

Para a visada da base da árvore (Figura 45a), considere BC sendo o desnível para AC, enquanto que para 100 m de distância o desnível será h_1. Então:

em AC há um desnível em BC.
em 100 m haverá um desnível l_2.

$$h_2 = \frac{BC}{AC} \cdot 100 \rightarrow h_2 = tg\beta \cdot 100 \therefore tg\beta = \frac{h_2}{100}$$

Os valores de h_1 e h_2 podem ser lidos diretamente no instrumento em termos percentuais.

Sendo H = L (tg α + tg ß), tem-se:

$$H = L \cdot \left[\frac{h_1}{100} + \frac{h_2}{100} \right]$$

$$H = \frac{L}{100} \cdot \left[h_1 + h_2 \right]$$ para a Figura 45 a

$$H = \frac{L}{100} \cdot \left[h_1 - h_2 \right]$$ para as Figs. 45 b e c.

Generalizando, tem-se:

$$H = \frac{L}{100} \cdot \left[h_1 \pm h_2 \right]$$

onde: L = AC = distância do observador até a árvore;
h_1 = leitura superior em percentagem;
h_2 = leitura inferior em percentagem;

Há de se notar que em ambos os casos, se faz necessário a medição de L para se estimar com precisão a altura. Verifica-se nas Figura 45 b e c, que a distância medida pelo o observador não corresponde a horizontal, mas sim a uma maior em virtude do declive do terreno.

Tabela 7. Fatores de correção de alturas em função da declividade

Graus	Tangentes	Percentagem	Fator
4	0,0699	6,99	0,01
5	0,0875	8,75	0,01
7	0,1228	12,28	0,01
8	0,1405	14,05	0,02
9	0,1583	15,83	0,02
10	0,1763	17,63	0,03
11	0,1944	19,44	0,03
12	0,2126	21,26	0,04
13	0,2309	23,09	0,04
14	0,2493	24,93	0,06
15	0,2679	26,79	0,07
16	0,2867	28,67	0,08
17	0,3057	30,57	0,09
18	0,3249	32,49	0,09
19	0,3443	34,43	0,10
20	0,3640	36,40	0,11
21	0,3839	38,39	0,12
22	0,4040	40,40	0,13
23	0,4245	42,45	0,14
24	0,4452	44,52	0,16
25	0,4663	46,63	0,18
26	0,4877	48,77	0,19
27	0,5095	50,95	0,21
28	0,5317	53,17	0,21

Quando esta declividade é inferior a 7% , pouco alterado será o resultado final, podendo-se desprezá-la. Mas quando o valor da declividade é maior, deve-se

proceder à correção da altura obtida com as fórmulas citadas anteriormente. Para isto existem tabelas de fatores de correções (Tabela 7), onde os fatores são dados em função de declividade do terreno expressos em graus ou percentagem.

Considerando que declividades inferiores a 7% não influenciam os resultados, os valores dos fatores com declividades inferiores a 4° ou 7% foram omitidos na Tabela 7.

Esta tabela é válida para todos os hipsômetros que se baseiam no método trigonométrico.

Portanto, depois de feita a correção a nova altura HC (altura corrigida) será dada por:

Hc = H – (H · f) onde f = fator de correção.

Exemplo: em um terreno onde havia um aclive de 7°, foram feitas as seguintes leituras de uma árvore que estava a uma distância horizontal de 20 m; hl_1 = 56 e h_2 = 4. Qual a Hc da árvore, se a escala utilizada foi a de percentagem?

O primeiro passo é determinar a altura H da árvore, que está numa posição semelhante a Figura 45c.

Como a leitura foi feita em percentagem tem-se:

$$H = \frac{L}{100} \cdot [h_1 - h_2] = \frac{20}{100} \cdot [56 - 4] = 10,4m$$

Se a aclividade foi de 7°, corresponde a uma tangente de 0,1228 que em percentagem é 12,28 (Tabela 1). Para esta percentagem o f (fator de correção) é igual a 0,01. Então a altura corrigida da árvore será:

HC = 10,4 – (10,4 x 0,01)
HC = 10,4 – 0,104
HC = 10,29 ≈ 10,3 metros de altura.

Os erros devido a inclinações das árvores serão tratados no item 5.8.

5.6.2 – HIPSÔMETRO DE BLUME-LEISS

Este hipsômetro é um dos mais usados no meio florestal, tendo em vista os bons resultados que ele dá, como também a praticidade de manuseio e resistência que apresenta.

Este instrumento (Figura 48) apresenta a grande vantagem de ter as escalas graduadas em função da relação L· tg α e ß sendo em número de quatro, pois o instrumento pode ser manuseado a distâncias de 15, 20, 30 e 40 m. A

última escala, que é a que fica em baixo, é graduada em graus e serve para determinar a inclinação do terreno.

Para as distâncias de 15 e 20 m as escalas são graduadas em intervalos de 0,5 m, enquanto que para as escalas de 30 e 40 m, o intervalo entre as graduações é de 1 m.

Este instrumento dispõe de um pêndulo que corre sobre as escalas e graus lidos. Para libertar o pêndulo, existe no instrumento um botão colocado na face posterior, que deve ser acionado com o indicador.

No momento em que se faz a visada, este botão é comprimido e liberta o pêndulo, que quando estiver parado na posição da leitura, deve-se acionar o gatilho que existe na frente do hipsômetro com finalidade de travar o pêndulo para que no ato da leitura o hipsômetro possa ficar em qualquer posição sem perigo do pêndulo correr do lugar da leitura.

Para que o observador fique numa das distâncias requeridas pelo hipsômetro, existe acoplado ao mesmo, um telêmetro com filtro, que permite determinar uma das distâncias (15, 20, 30 ou 40 m), servindo-se de uma mira (Figura 49) dobrável que é colocada sobre a árvore com auxílio de um grampo. Então o observador olha através de um orifício chamado dióptro (que provoca convergência dos raios luminosos por um processo ótico, cuja distância focal é de equivalente 1 metro), situado na parte posterior do aparelho.

À distância desejada é obtida, com o operador aproximando-se ou afastando-se da árvore, até que haja uma coincidência do zero da mira com o valor da distância que se quer trabalhar.

Encontrando-se a distância exata, o observador destrava o pêndulo, visa o topo da árvore e quando o pêndulo estiver estabilizado trava-o e faz a leitura na escala referente à distância em que está trabalhando.

Depois repete o mesmo processo para a base da árvore, obtendo posteriormente a altura da mesma pela soma ou subtração das leituras, conforme a posição em que a árvore se encontre em relação ao operador.

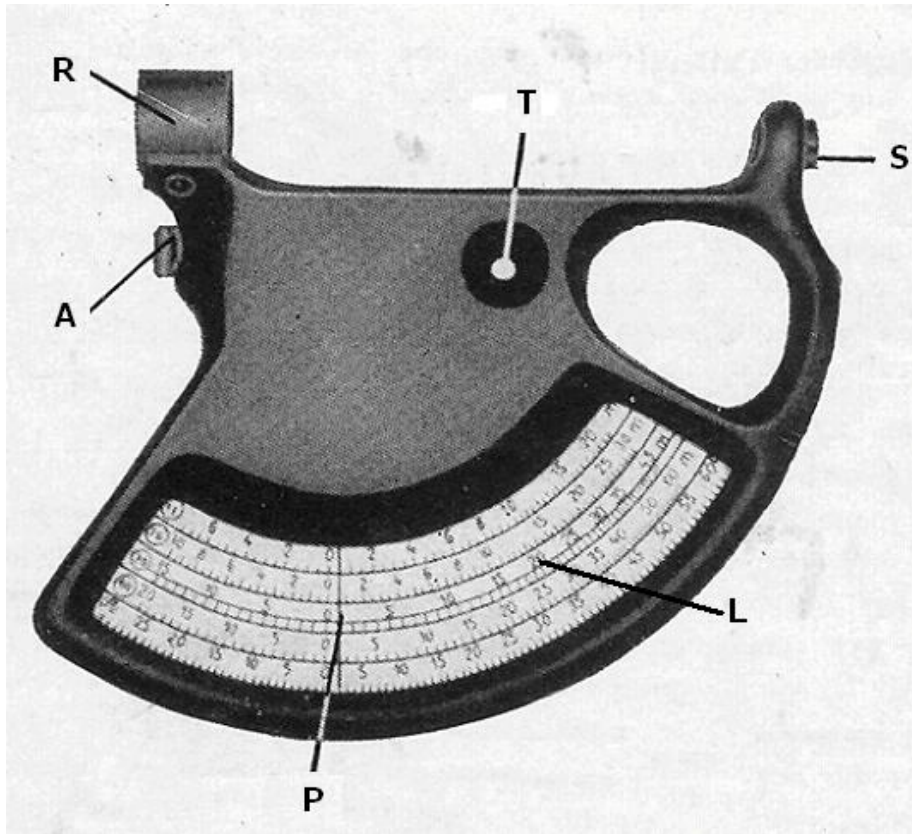



Figura 48. Hipsômetro de Blume-Leiss.

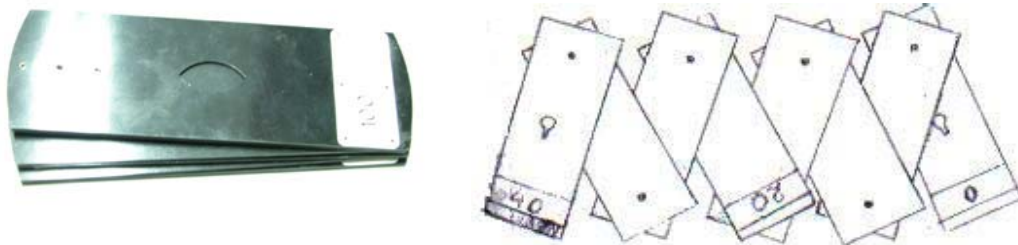



Figura 49. Mira auxiliar articulada para avaliação de distância.

No caso de em nenhuma das distâncias existentes no hipsômetro der para ver totalmente a árvore, o observador poderá trabalhar em outra distância qualquer e empregar a fórmula abaixo para seguir a altura da árvore.

$$H = \frac{H_1 \cdot L}{L_1}$$

H = altura procurada;
H_1 = altura medida na escala de 15, 20, 30 ou 40;
L = distância em que se trabalhou;
L_1 = distância da escala de 15, 20, 30 ou 40 m.

No caso do terreno apresentar uma inclinação superior a 7%, deve-se fazer a correção para a altura, sendo que os valores de f estão marcados na face oposta do instrumento, não necessitando, pois a consulta de tabelas à parte.

5.6.3 – HIPSÔMETRO DE HAGA

É um instrumento muito semelhante ao interior em se referindo a construção e modo de operar (Figura 50).

A diferença básica deste instrumento para o hipsômetro de Blume-Leiss, está no fato de que este apresenta visível apenas uma escala de cada vez. Para se ler na escala de distâncias em que se está trabalhando, basta girar o eixo hexagonal rotativo, que contém uma escala em cada face. Outra diferença é que a escala de declividade está graduada em percentagem.

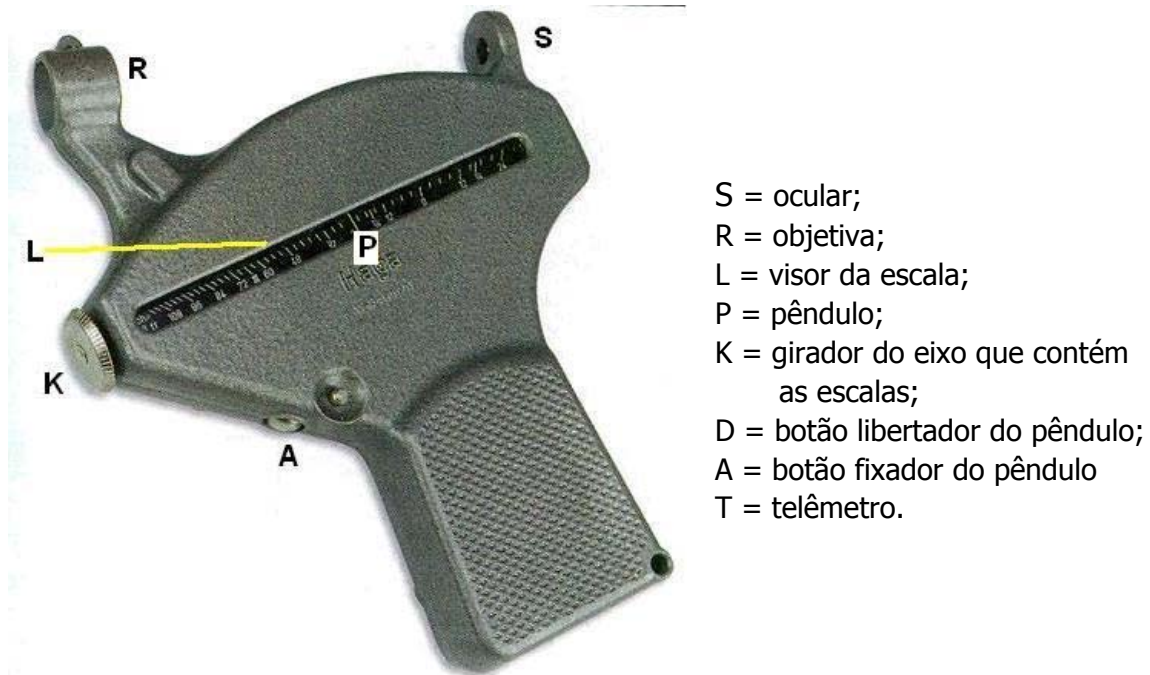



Figura 50. Hipsômetro de Haga

Para se determinar a distância que se vai trabalhar, existe também um telêmetro semelhante ao Blume-Leiss, com a diferença, que é uma faixa de tecido algodão, contendo duas outras faixas brancas transversais, gravadas em material plástico sendo que a faixa superior é fixa enquanto que a inferior é móvel, usada no lugar da mira articulada do Blume-Leiss. Também se verifica a superposição de imagens quando o observador atinge a distância requerida (Figura 51).

Como a mira neste caso é de material leve, esta oscila constantemente quando o vento está forte, o que pode dificultar a determinação de distâncias.

Este fato, às vezes, faz com que seja necessário se medir a distância horizontal com uma trena.

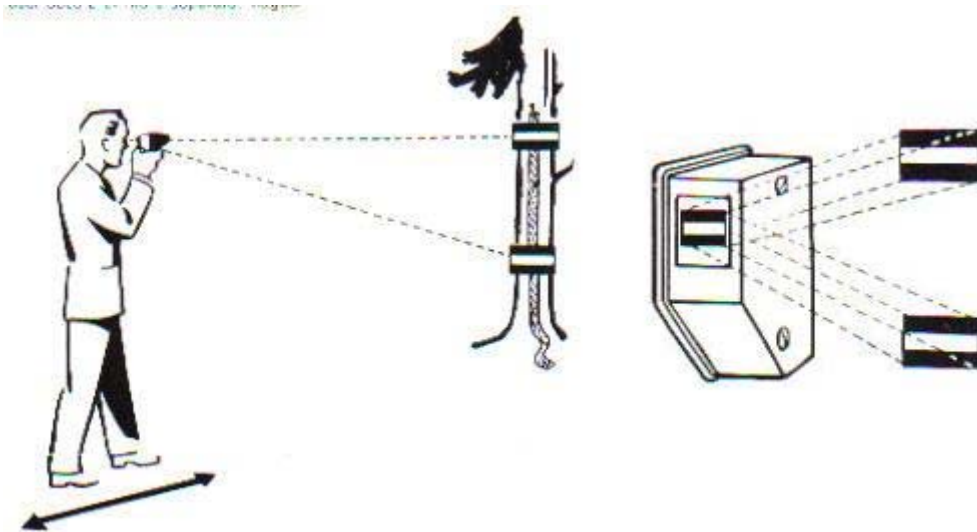



Figura 51. Visão no telêmetro do Hipsômetro de Haga, no momento em que se está na distância requerida.

Da mesma maneira que no instrumento anterior, também se pode trabalhar em distâncias que não as marcadas na escala.

5.6.4 – HIPSÔMETRO DE SUUNTO

Este tipo de hipsômetro é pouco difundido no Brasil, pelo fato de que os 3 citados anteriormente trabalham no mesmo princípio e são bem mais práticos.

O hipsômetro de Suunto (Figura 52a) conta de uma pequena caixa metálica de mais ou menos 8 cm de comprimento por 6,5 cm de altura e 1,5 cm de largura. Possuem uma objetiva onde se lê no seu interior duas escalas, sendo uma graduada em graus e outra em percentagem. Existe o Hipsômetro de Suunto com telêmetro semelhante aos dois anteriores e o modelo sem telêmetro que é mais barato e que geralmente se trabalha a 50 e 100 pés. (31). Ainda existem no mercado modelos geminados com bússolas (Figura 52a).

Para manusear este instrumento o observador deve levá-lo ao olho e através da ocular visar o topo da árvore. Neste instrumento o observador tem que permanecer com os dois olhos abertos, o que provoca uma ilusão ótica permitindo que se veja simultaneamente o objetivo a ser medido sobre a escala.

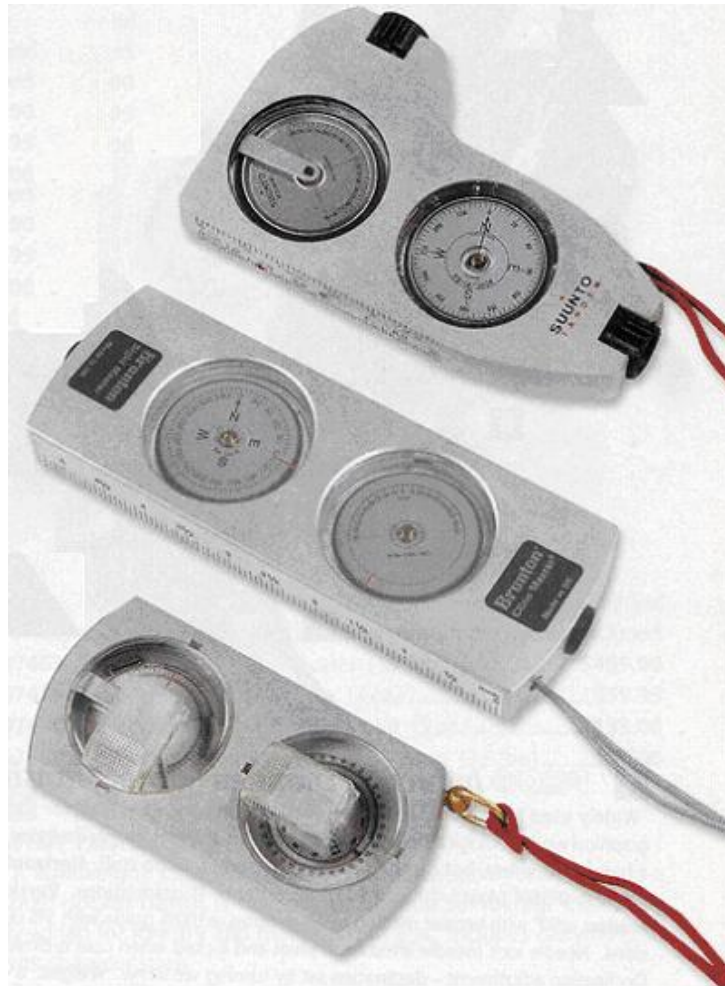



Figura 52a. Hipsômetro de Suunto geminados

Figura 52b. Escalas do Hipsômetro de Suunto .

Como existe uma escala em percentagem, trabalhando-se com o instrumento a uma distância de 100 pés, a altura da árvore será a soma ou diminuição das duas leituras, isto é, da parte superior (ápice da árvore) e da base (31).

Outra razão do pequeno uso deste instrumento em nosso país, é que nos modelos iniciais, as alturas eram dadas em pés.

5.6.5 – HIPSÔMETRO DE BELLIÉNI

É um instrumento bastante difundido em Portugal, que consta de uma caixa de madeira, que contém em uma das faces um pêndulo que oscila por gravidade sobre uma escala de tangentes. No outro lado da caixa existe um espelho, que permite observar a posição do pêndulo no ato da leitura. Como os números estão gravados no sentido contrário na escala, estes são lidos diretamente no espelho no outro lado: Na parte superior da caixa existe um sistema de pontarias e um botão que prende e liberta o pêndulo na hora das observações. (Figura 53).

Então o observador visa a base ou o topo da árvore, comprimindo o botão que liberta o pêndulo, e quando este parar de oscilar, o botão é descomprimido e a leitura é feita diretamente no espelho no lado oposto.

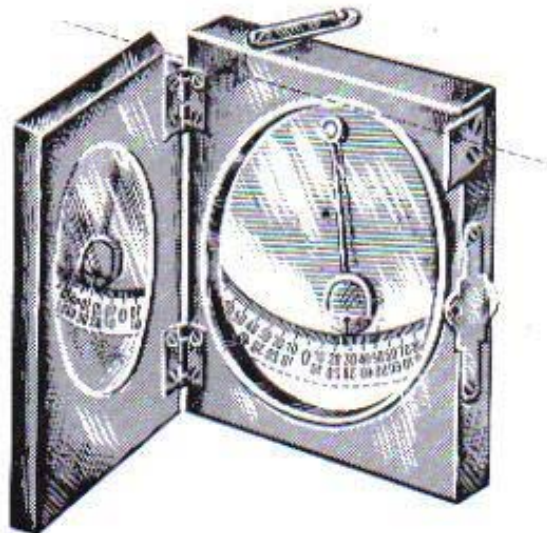



Figura 53. Hipsômetro de Bellièni.

Como a graduação está feita com os valores de tangentes multiplicadas por 100, a fórmula empregada para se obter a altura da árvore é:

$$H = \frac{L}{100}\left(h_1 \pm h_2\right)$$

Nota-se que é um instrumento resistente, fácil de manejar, bastante prático além de ser de fácil construção.

5.6.6 – HIPSÔMETRO DO SERVIÇO FLORESTAL AMERICANO

Este hipsômetro consta de uma caixa de metal estreita, em forma circular, com um diâmetro de aproximadamente 9 centímetros, por 1,5 centímetros de espessura, sendo geralmente de cor preta (Figura 54).

Neste instrumento, o pêndulo é substituído por um aro de metal que roda por gravidade: seu peso está distribuído de forma que o zero da escala acaba por ocupar sempre a mesma posição.

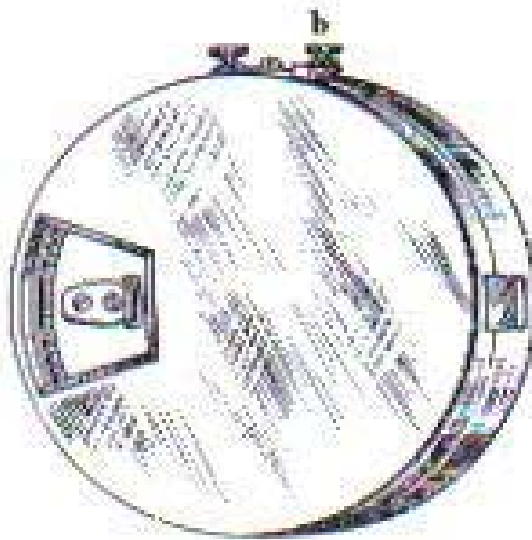



Figura 54. Hipsômetro do Serviço Florestal Americano.

Quando se faz a visada da base ou do ápice da árvore através de um orifício e uma fenda diametral oposta, a aro móvel que contém a escala de tangentes em percentagem gira, e a leitura da mesma é feita no local da referência fixada ao instrumento.

Como os outros instrumentos citados anteriormente, este também possui botões para fixarem e libertarem o aro quando o observador o desejar; evitando-se assim esforços permanentes sobre o dispositivo de apoio da caixa. Qualquer causa que impeça a rotação livre do aro acarretará em erros.

5.7 – VANTAGENS E DESVANTAGENS DOS INSTRUMENTOS BASEADOS NOS PRINCÍPIOS TRIGONOMÉTRICOS

VANTAGENS:

a) quando as medições são, cuidadosamente, executadas, os resultados são melhores que os dos instrumentos ou métodos baseados nos princípios geométricos;
b) em condições normais as operações são mais rápidas;
c) pode-se corrigir o efeito da declividade do terreno.

DESVANTAGENS:

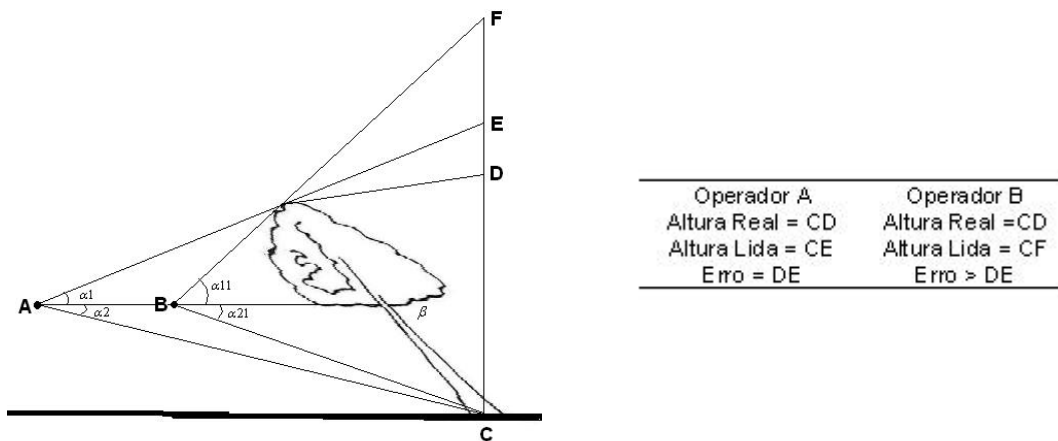
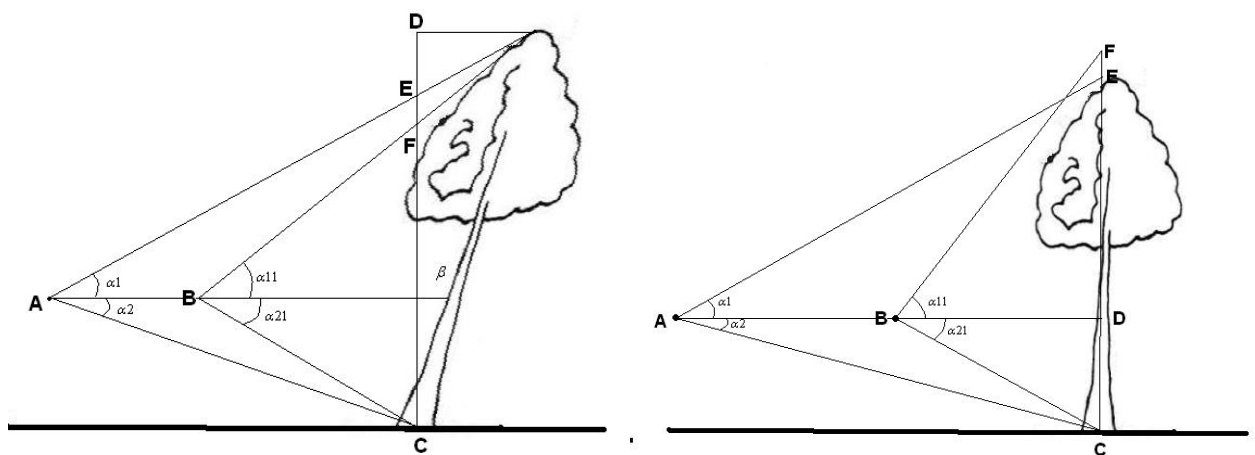
a) a altura é obtida por duas leituras (soma) e não uma;
b) requer conhecimento da distância horizontal do observador até a árvore, o que às vezes, é difícil quando o povoamento é bem denso;
c) a falta de luz dentro do povoamento pode prejudicar os sistemas óticos dificultando as leituras;
d) são instrumentos bem mais caros que os utilizados nos princípios geométricos.

Tabela 8. Resultados em erro padrão para mensuração simples de altura com vários hipsômetros (LOETCH et alli (33)).

Instrumento	Erro padrão das observações	Autores
CHRYSTEN MODELO I	± 5 a 6% para justes de 12 m a 16 m de altura	S. PETRINI (1922), L. MATTSON (1931), PRODAN (1956)
CHRYSTEN MODELO II	± 1% para justes menor que 25 m 1,25% para justes entre 25 e 40 m ± 2% para justes de mais de 40.	N. EIC (1956)
NÍVEIS DE ABNEY	± 1,4 % em Douglas-Fir. ± 2,3 % em Hemlock.	J. W. Ker (1951)
	± 2,4 %	J. W. Ker e J. H. G. SMITH (1957)
BLUME-LEISS e HAGA	± 1 %	E. BOLSINGER (1957), PRODAN (1965), P. ABETZ e O. MERKEL (1962), J. PARDÉ (1955).
	± 1,8 %	J.W. Ker e J.H.G. SMITH
	± 2,3 %	Y. VUOKILA (1960)
RELASCÓPIO	± 2,4 %	J.W. Ker e J.H.G. SMITH (1957)

5.8 – ERROS DEVIDO A INCLINAÇÃO DAS ÁRVORES OU FORMA DA COPA, PRECISÃO INSTRUMENTAL E OPERADOR.

Deve-se ter notado que até o presente momento, as medições das árvores eram sempre feitas como se o fuste da árvore estivesse perpendicular ao terreno. Na realidade esta posição nem sempre ocorre, pois, tal verticalidade não é freqüente, o que ocasiona erros significantes, quando não se usa uma técnica de medição correta, que é um erro que depende também da habilidade do operador. Estes erros também podem ser aumentados ou diminuídos de acordo com a precisão do instrumento usado (ver. Tabela 7).

Operador A	Operador B
Altura Real = CD	Altura Real =CD
Altura Lida = CE	Altura Lida = CF
Erro = DE	Erro > DE

a) Inclinação a favor do observador

b) Inclinação oposta ao observador

c) Posição perpendicular

Figura 55. Erros nas medições (a, b e c) da altura total devido à inclinação da árvore.

Mas supondo que um levantamento florestal vai ser feito com um mesmo instrumento, a principal fonte de erro é a posição inclinada das árvores (Figura 55), em a) superestima-se H, em b) subestima-se H.

LOESTSCH et alli (33), salientam que para folhosas de 35 m ou mais os erros cometidos podem ser em torno de até 10% na definição da altura.

Este tipo de erro ocorre sempre, porque no povoamento se torna difícil ver a árvore totalmente, como também no sub-bosque onde ocorre regeneração natural, a luminosidade é diminuída, dificultando a visada da base.

Para GOMES (22) os erros devido a inclinação das árvores são dados pela seguinte fórmula:

Sendo CD = H (altura real) e CE = H_1 (altura medida), tem-se:

$$\frac{H}{sen(\alpha_1+\alpha_2)} = \frac{AC}{\cos(\alpha_1-\beta)} \rightarrow H = AC \cdot \frac{sen(\alpha_1+\alpha_2)}{\cos(\alpha_1-\beta)}$$

tem-se ainda que:

$$\frac{H_1}{sen(\alpha_1+\alpha_2)} = \frac{AC}{\cos\alpha_1} \rightarrow H_1 = AC \cdot \frac{sen(\alpha_1+\alpha_2)}{\cos\alpha_1}$$

o erro cometido é dado por:

e = H_1 – H (Figura 55a)

$$e = AC \cdot sen(\alpha_1+\alpha_2)\left[\frac{1}{\cos\alpha_1} - \frac{1}{\cos(\alpha_1-\beta)}\right]$$

ao qual corresponde o erro percentual p.

$$p = 100 \cdot \frac{H_1 - H}{H}$$

$$p = 100 \cdot \frac{H_1 - H}{H} = \left[\frac{AC \cdot sen(\alpha_1+\alpha_2) \cdot \left[\frac{1}{\cos\alpha_1} - \frac{1}{\cos\alpha_1 - \beta}\right]}{AC \cdot \frac{sen(\alpha_1+\alpha_2)}{\cos(\alpha_1-\beta)}}\right] \cdot 100$$

$$p = \left[\frac{\frac{AC \cdot sen(\alpha_1+\alpha_2)}{\cos\alpha_1} - \frac{AC \cdot sen(\alpha_1+\alpha_2)}{\cos\alpha - \beta}}{AC \cdot \frac{sen(\alpha_1+\alpha_2)}{\cos(\alpha_1-\beta)}}\right] \cdot 100$$

$$p = \left[\frac{AC \cdot sen(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \cos(\alpha_1 - \beta)}{AC \cdot sen(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \cos \alpha_1} - \frac{AC \cdot sen(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \cos(\alpha_1 - \beta)}{AC \cdot sen(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \cos \alpha_1} \right] \cdot 100$$

$$p = \left[\frac{\cos(\alpha_1 - \beta)}{\cos \alpha_1} - 1 \right] \cdot 100$$

Generalizando para as Figura 55a e b, tem-se:

$$e = AC \cdot sen(\alpha_1 + \alpha_2) \left[\frac{1}{\cos \alpha_1} - \frac{1}{\cos(\alpha_1 \pm \beta)} \right]$$

em percentagem:

$$p = \left[\frac{\cos(\alpha_1 \pm \beta)}{\cos \alpha_1} - 1 \right] \cdot 100$$

Utilizando-se o sinal positivo para a Figura 55a e o sinal negativo para 55b, sendo que os erros são positivos (por excesso) quando a inclinação da árvore se faz no sentido da observação e vice-versa.

Como notou-se nas Figuras 55a, b e c o erro pode ser diminuído pela simples técnica de se aumentar a distância do observador até a árvore.

Outra técnica que também diminui o erro, reduzindo-se ao mínimo possível, é o observador procurar uma posição em que se veja a inclinação da árvore de perfil.

6. – ESTUDO SOBRE A FORMA DA ÁRVORE

Dentro de uma floresta, quer seja nativa ou plantada, pode-se observar que existe uma variação muito grande das formas de fustes das árvores, variações estas que quase sempre estão em função da diminuição do diâmetro da árvore, partindo da base para o topo. Ocorrem casos em que, às vezes, esta variação pode ser inversa, mas geralmente é em espécies de Bombacáceas, e estas são de pouca importância comercial. Esta diminuição de diâmetro que geralmente ocorre, é conhecida como taper ou adelgaçamento, é a razão fundamental da variação no volume, variando de acordo com a espécie, idade e condições de sítio.

Sabe-se que para se conseguir o volume de uma árvore com bastante precisão, necessário se faz o seu abate e cubagem rigorosa no solo. Mas como, às vezes, isto nem sempre é viável, foram desenvolvidos estudos que visam estimar

o volume da árvore em seu meio natural sem que seja preciso sua derrubada, e que os resultados conseguidos sejam dignos de confiança.

Vários são os métodos existentes, alguns serão citados a seguir:

6.1 – FATOR DE FORMA NORMAL

O fator de forma (f) é o mais simples método usado, pelo fato de que são tomadas apenas duas medidas da árvore: DAP e altura.

Este fator é a razão entre o volume da árvore e o volume de um sólido geométrico (cilindro) que possua um diâmetro igual ao DAP da árvore, e uma altura também igual a da árvore. Portanto, este fator só pode ser conhecido, depois que o volume real da árvore for conhecido, podendo-se empregar para isto qualquer método de cubagem. A primeira coisa que se faz, é calcular com as dimensões da árvore, o volume de um cilindro, de base d = DAP e h = altura (Figura 56).

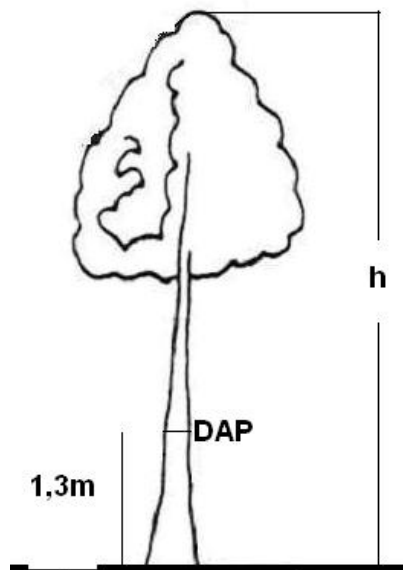



Figura 56. Variáveis para determinar o fator de forma.

Sendo g a área da base do cilindro (área seccional correspondente ao DAP), o volume do mesmo é dado por:

$$Vcil = g \cdot h$$

Então se conhecendo o volume da árvore através de uma cubagem rigorosa e o volume do cilindro, o fator de forma pode ser calculado por:

$$F_{1,3} = \frac{V_{arv}}{V_{cil}}$$

Deve-se notar que o valor de $F_{1,3}$ conseguido, corrige o volume do cilindro para o volume da árvore e vice-versa, sendo que a medida que o valor de $F_{1,3}$ se aproximar de 1, mais cilíndrica será a árvore. Valores de F iguais a 1, não são obtidos, pois por mais cilíndrica que a árvore for, sempre haverá um adelgaçamento mínimo. Exemplo: cubou-se uma árvore rigorosamente e obteve-se um volume (Varv.) de 0,04320m³, sendo que seu DAP foi de 9,2 cm e a altura de 12 m. Qual seria seu fator de forma?

Com estas duas dimensões, o volume do cilindro seria:

$$V_{cil} = g \cdot h$$

$$V_{cil} = \frac{\pi}{4}(0,092)^2 \cdot 12 = 0,07977m^3$$

O fator de forma seria então:

$$F_{1,3} = \frac{0,04320}{0,07977} = 0,54155 \approx 0,54$$

Com este valor de F, poderíamos corrigir o volume da árvore se não tivesse sido cubada de forma rigorosa, em relação ao volume do cilindro, mas desde que o F fosse conhecido. Na prática florestal quando se quer determinar um F representativo de uma população, faz-se uma amostragem onde são calculados vários $F_{1,3}$, pois o número de árvores deve ser tal que represente a população.

6.2 – FATOR DE FORMA DE HOHENALD

Este fator de forma é definido como sendo a relação entre o volume do cilindro tomado a 1/10 da base, isto é, 0,9h e o volume de uma árvore que possua DAP igual a base do cilindro e mesma altura.

$$F_{0,9} = \frac{V_{arv}}{V_{cil} \cdot 0,09h}$$

Quando a árvore possuir uma altura de 13 metros, haverá uma coincidência do $f_{0,9}$ na altura do DAP, o que tornaria este fator de forma de Hohenald igual ao fator de forma comum.

BURGER. (11), cita que pesquisas de M. Prodan em *Pinus*, resultou-se que $f_{0,9}$ pode ser determinado pelo quociente de forma (relação entre dois diâmetro), ($\frac{d_{0,5}}{d_{0,9}}$); e que para povoamentos o 0,9 será dado por:

$$F_{0,9} = 0,894 \cdot \frac{d_{0,5}}{d_{0,9}} - 0,126$$

onde $d_{0,5}$ = diâmetro medido na metade da altura da árvore.
$d_{0,9}$ = diâmetro medido a 0,9h,

para árvores o $f_{0,9}$ será:

$$f_{0,9} = 0,7778 \cdot \frac{d_{0,5}}{d_{0,9}} - 0,037$$

A relação entre $f_{1,3}$ e $f_{0,9}$ pode ser calculada:

A estimativa do volume da árvore usando $f_{0,9}$:

$$V = \frac{\pi}{4}(d_{0,9})^2 \cdot h \cdot f_{0,9} \qquad (1)$$

e usando $f_{1,3}$;

$$V = \frac{\pi}{4}(d_{1,3})^2 \cdot h \cdot f_{1,3} \qquad (2)$$

Igualando-se (1) e (2) tem-se:

$$\frac{\pi}{4}(d_{0,9})^2 \cdot h \cdot f_{0,9} = \frac{\pi}{4}(d_{1,3})^2 \cdot h \cdot f_{1,3} \rightarrow f_{1,3} = \frac{f_{0,9}}{\left[\frac{d_{1,3}}{d_{0,9}}\right]^2} \qquad (3)$$

onde $\frac{d_{1,3}}{d_{0,9}}$ é definido como sendo o quociente de Hohenald.

Sendo o volume da árvore:

$$V = \frac{\pi}{4}(d_{1,3})^2 \cdot h \cdot f_{1,3} \qquad (4)$$

Pode-se escrever:

$$V = \frac{\pi}{4}(d_{1,3})^2 \cdot h \cdot \frac{f_{0,9}}{\left[\frac{d_{1,3}}{d_{0,9}}\right]^2}$$

Sendo $f_{0,9} = 0,7778 \cdot \frac{d_{0,5}}{d_{0,9}} - 0,037$ para a árvore (Pinus), o $f_{1,3}$ será:

$$f_{1,3} = \frac{0,7778 \cdot \frac{d_{0,5}}{d_{0,9}} - 0,037}{\frac{d_{1,3}}{d_{0,9}}}$$

$$f_{1,3} = \frac{0,7778 \cdot \frac{d_{0,5}}{d_{0,9}} - 0,037}{\left[d_{1,3}\right]^2} \cdot \left[d_{0,9}\right]^2$$

$$f_{1,3} = \frac{0,7778 \cdot d_{0,5} \cdot d_{0,9} - 0,037 \cdot \left[d_{0,9}\right]^2}{\left[d_{1,3}\right]^2}$$

Voltando a equação (4) tem-se:

$$V = \frac{\pi}{4} \cdot h \cdot 0,7778 \cdot d_{0,5} \cdot d_{0,9} - 0,037 \cdot \left[d_{0,9}\right]^2$$

$$V = 0,78539 \cdot h\left[0,7778 \cdot d_{0,5} \cdot d_{0,9} - 0,037 \cdot \left[d_{0,9}\right]^2\right]$$

$$V = 0,61087 \cdot d_{0,5} \cdot d_{0,9} \cdot h - 0,029059 \cdot \left[d_{0,9}\right]^2 \cdot h$$

$$V = d_{0,9} \cdot h \cdot (0,61087 \cdot d_{0,5} - 0,029059 \cdot d_{0,9})$$

Desta maneira, baseando-se no $f_{0,9}$ calculado por M. Prodan, pode-se calcular o volume de uma árvore de *Pinus*, tomando-se no $f_{0,9}$ calculado por M. Prodan, pode-se calcular o volume de uma árvore de Pinus, tomando-se apenas h, $d_{0,5}$ e $d_{0,9}$.

6.3 – QUOCIENTE DE FORMA NORMAL

O quociente de forma é definido como sendo a razão entre dois diâmetros, enquanto que o fator de forma é a relação entre dois volumes.

O quociente de forma é representado por K ou C, e geralmente é dado pela relação:

$$C = K = \left[\frac{d_{1,2h}}{d_{1,3}}\right]$$

onde $d_{1,2h}$ = diâmetro medido na metade da altura da árvore;

$d_{1,3}$ = DAP

Sua aplicação é a mesma que o fator de forma, isto é, multiplicada o volume do cilindro para dar a estimativa do volume da árvore.

$$V = \frac{\pi}{4} \cdot \left[d_{1,3} \right]^2 \cdot h \cdot K$$

6.4 – QUOCIENTE DE FORMA DE GIRARD

Este quociente de forma foi desenvolvido por Girard em 1933, em trabalhos no U.S. Forest Service, e é usado como uma variável independente em construção de tabelas de volume. Este quociente é a razão entre o diâmetro sem casca tomado no topo da primeira tora padrão e o DAP com casca.

Este quociente é expresso por:

$$KG = \left[\frac{d_{4,9}}{d_{1,3}} \right]$$

onde $d_{4,9}$ = diâmetro sem casca tomado na altura de 4,9 metros.
$d_{1,3}$ = DAP com casca.

6.5 – QUOCIENTE DE FORMA ABSOLUTO

Viu-se que o quociente de forma normal é definido pela expressão:

$$K = \left[\frac{d_{0,5h}}{d_{1,3}} \right]$$

Desta forma quando a árvore tiver a altura igual a 2,6 m, haveria uma coincidência em $d_{0,5h}$ e $d_{1,3}$, dando um resultado de K = 1, o que não ocorre na realidade. Então Jonson (1910), considerou que nestes casos a relação deveria ser entre o diâmetro eqüidistante ao topo da árvore e o DAP, e denominou esta relação como quociente de forma absoluto.

$$KA = \left[\frac{d_{0,5} \cdot (h + 1,3)}{d_{1,3}} \right]$$

Portanto, este é um quociente de forma que só pode ser usado quando h for igual a 2,6 m. Como na realidade árvores de 2,6 m ocorrem em plantios muito novos e idades bem jovens, são de pouca importância comercial, pois geralmente só são mensuradas quando se quer medir o incremento em altura ou diâmetro.

6.6 – CÁLCULO DO FATOR DE FORMA ATRAVÉS DA ALTURA DE PRESSLER

A altura de Pressler é definida como sendo:

$$V = g \cdot \frac{2}{3} \cdot P$$

onde P = (h_1 + 1,30 + 0,65) = (h_1 + 1,95) = altura de Pressler.

Sendo o volume da árvore dado por:

$$V = g \cdot h \cdot f_{1,3}$$

Pode-se escrever o seguinte:

$$V = g \cdot \frac{2}{3} \cdot (h_1 + 1,30 + 0,65) = g \cdot h \cdot f_{1,3}$$

$$V = \frac{2}{3} \cdot (h_1 + 1,95) = h \cdot f_{1,3}$$

$$f_{1,3} = \frac{2 \cdot (h_1 + 1,95)}{3 \cdot h}$$

onde h_1 = altura da diretriz (ver item 9.12)
h = altura total da árvore.

Vale salientar que este $f_{1,3}$, só é conseguido com esta fórmula, quando o observador estiver a uma distância, que realmente seja aquela que refere-se a da escala hipsométrica a ser usada para calcular P.

Como esta fórmula de cubicação não é fácil de ser aplicada, Bitterlich desenvolveu um novo método onde se calcula P em diâmetros e não em metros.

O procedimento é o seguinte: o observador deve ficar em uma distância tal da árvore, que a faixa ou banda 1 mais as 4 estreitas, cubra exatamente o DAP. Depois de feito isto ele vai levantando a linha de visada até o ponto em que o diâmetro coincida com a banda 1, sendo aí seu ponto de referência (R), segundo Houtté (26).

Utilizando-se da escala de 25 m, e faz uma leitura no ponto R e outro no ponto imaginário localizado a 0,65 m abaixo do solo. Como na realidade é muito difícil haver uma coincidência casual entre a escala hipsométrica e a de distância, ele está determinando pois uma altura aparente, uma vez que sua distância real é de 25 diâmetros, pelo fato da faixa 4 cobrir o tronco, isto é, 4 cm em 100 cm de distância ou 1cm em 25 cm de distância (V. item 9.0). Esta altura aparente é dada pela soma dos valores absolutos das leituras. Como cobre d, a distância será 25d.

Desta forma o P é calculado em unidades de diâmetro (P/d).

Voltando as equações de volume temos:

$$V = g \cdot \frac{2}{3} \cdot P \rightarrow V = g \cdot h \cdot f$$

onde $h \cdot f = \frac{2}{3} \cdot P$

Então, sendo P dado em unidades de diâmetro podemos escrever:

$$\frac{h \cdot f}{d} = \frac{2}{3} \cdot \frac{P}{d}$$

onde hf = altura cilíndrica ou altura formal.

Exemplo: em uma árvore foram lidos os seguintes valores na escala de 25 m a uma distância onde a banda 1 mais 4 faixas estreitas coincidiram com o DAP.

l_1 = 20 l_2 = - 8 e DAP = 42 cm

então: $\frac{P}{d} = 20 - (-8) = 28$

onde $\frac{h \cdot f}{d} = \frac{2}{3} \cdot 28 \rightarrow h \cdot f = 18,66 \cdot d \rightarrow 7,837m$

se a altura da árvore fosse de 12 m, o fator de forma seria:

$$12f = 7,837$$

$$f = \frac{7,837}{12} = 0,65$$

se desejasse o volume da árvore este seria dado por:

$$V = g \cdot h \cdot f = \frac{\pi}{4} \cdot [0,42]^2 \cdot 7,837 = 1,086m^3$$

6.7 – CÁLCULO INDIRETO DO FATOR DE FORMA

Obtendo-se a cubagem rigorosa de certo número de árvores, o fator de forma poderá ser dado através de tabelas, curvas ou equações em função dos diâmetros, alturas e, às vezes, comprimento da copa.

As seguintes equações são citadas por LOETSCH et alli (33).

$$f = b_0 + b_1 d + b_2 d^2$$

$$f = b_0 + b_1 h + b_2 (h/d)$$

$$f = b_0 + b_1 (1/h) + b_2 (1/d^2) + b_3 (1/d^2 h)$$

$$\log f = \log b_0 + b_1 \log d + b_2 \log h$$

$$\log f = \log b_0 + b_1 \log d + b_2 \log h + b_3 \log l$$

onde d = DAP c/c
h = altura da árvore
l = comprimento da copa

7. – CUBAGEM DO VOLUME DE ÁRVORES

Até o presente capítulo, quando se falava em diâmetro e altura, procurava-se sempre citar suas importâncias relacionadas como o cálculo do volume. Uma terceira variável de grande importância no cálculo do volume é a forma que a árvore toma no povoamento ou isoladamente, sendo esta variável denominada de Fator de Forma.

Mesmo em povoamentos homogêneos e equiâneos, ocorrem variações de forma entre os indivíduos, concluindo-se daí que haverá troncos que se assemelham com tipos geométricos definidos, como também haverá aquelas árvores cujos troncos não possuem formas geométricas definidas.

Baseado nesta variação de formas de árvores (42), Gonzalez Velásquez idealizou uma fórmula matemática que dá o coeficiente morfométrico de uma árvore. Apesar de na prática não ser de grande aplicabilidade, vale a pena ser citada a título de curiosidade. (Figura 57).

Figura 57. Variáveis para a cubagem do volume da árvore.

As árvores nos povoamentos florestais, tendem a apresentarem seus troncos mais semelhantes a formas geométricas definidas. Aquelas que crescem isoladamente recebem grande intensidade de luz, provocando geralmente troncos mais tortuosos e grandes ramos laterais, dificultando demais a determinação de seus volumes, a não ser que se use um xilômetro.

Todavia, para árvores que apresentam forma florestal, as aplicações de fórmulas dendrométricas de volume, dão resultados semelhantes àqueles conseguidos no xilômetro.

Estas fórmulas são baseadas no sentido de se aliar sólidos geométricos em revolução, às formas naturais das árvores, com finalidade de determinar seus volumes.

Tais sólidos geométricos, que se assemelham com as formas que os troncos podem tomar, são denominados de protótipos dendrométricos, sendo, pois de real importância o estudo de tais sólidos.

7.1 - ESTUDO MATEMÁTICO DAS FORMAS

O desenvolvimento dos fustes de essências florestais, ajusta-se de maneira bastante semelhante a de uma curva parabólica, que é gerada pelo deslocamento de um ponto sobre uma curva, de maneira que suas distâncias a uma reta diretriz e um ponto fixo, são constantes (Figura 58).

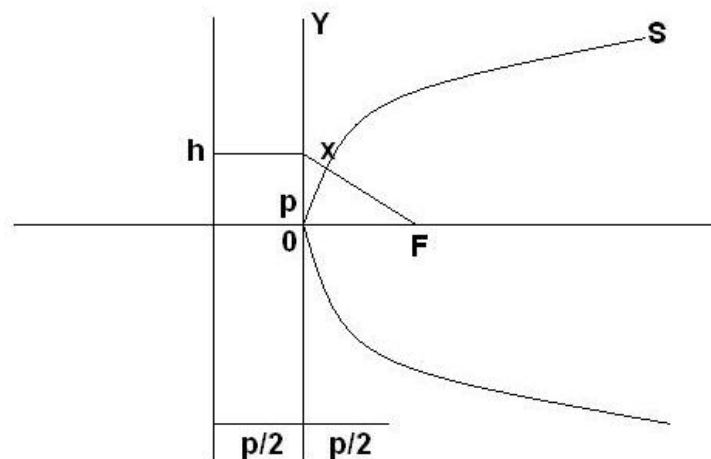



Figura 58. Representação gráfica de uma parábola ordinária.

Através dos princípios da geometria analítica, tem-se:

$$Y^2 = 2 \cdot p \cdot x$$

sendo (p) um número real diferente de zero, pode-se considerar 2p = b (coeficiente real). Desta maneira a equação pode tomar as seguintes formas reduzidas:

$$Y^2 = b \cdot x$$

$$Y = \sqrt{(b \cdot x)}$$

$$Y = \pm b \cdot x^{1/2}$$

Generalizando, pode-se escrever: $Y = \pm b \cdot x^r$

que é a equação geral da família de curvas planas denominadas parábolas generalizadas, ou em outras palavras, equação que representa o perfil longitudinal das árvores.

O valor de b representa um coeficiente real, e o r é um número real e racional, que representa o índice da parábola, isto é, o índice do perfil longitudinal da árvore.

Atribuindo-se a r os valores: 0, 1/2, 1 e 3/2, encontrarem-se os modelos dendrométricos que mais se assemelham com os troncos das árvores, isto é, cilindro, parabolóide, cone e neilóide.

a) Para r = 0, tem-se:

$$Y = \pm b$$

Tornando a parábola em uma equação linear, onde b é uma constante, determinam-se duas paralelas ao eixo das abscissas, Figura 59.

Figura 59. Perfil gerado por $Y = \pm b\, x^r$, quando r = 0.

Neste caso, nota-se que a Figura assemelha-se a toras de perfis longitudinais cilíndricos.

b) Para r = ½, tem-se:

$$Y = \pm b\, x^{1/2}$$

Gera-se uma parábola ordinária (Figura 60)

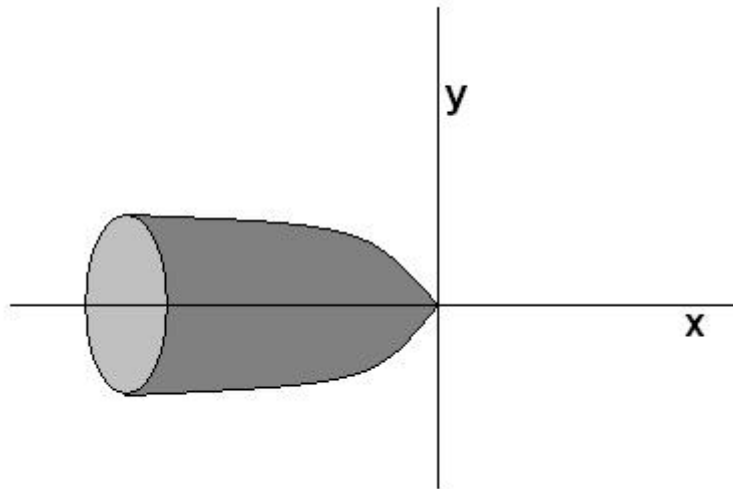



Figura 60. Perfil gerado por $Y = \pm b x^r$, quando r = ½

Neste caso, a figura assemelha-se a toras de perfis longitudinais denominando-as de parabolóides.

c) Para r = 1, tem-se:

$$Y = \pm b x$$

transformando a equação em duas equações lineares, que passam pela origem dos eixos, conforme a Figura 61.

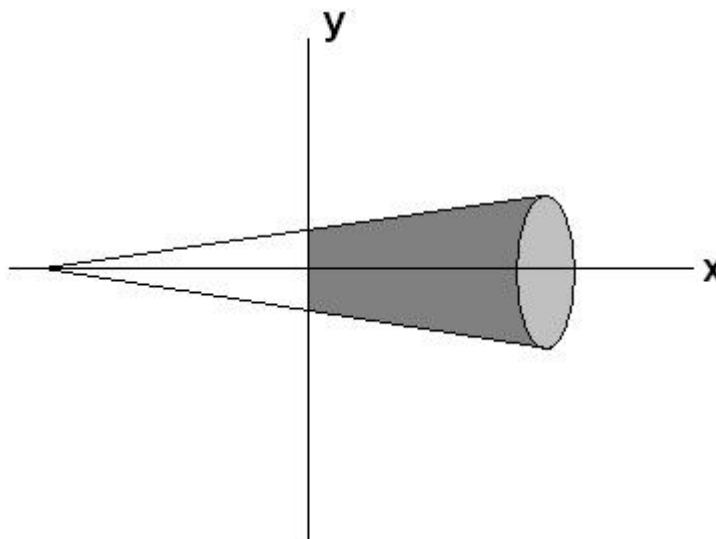



Figura 61. Perfil gerado por $Y = \pm b x^r$, quando r = 1.

Neste caso, a Figura assemelha-se a geralmente finais de árvores, onde a tora final apresenta um perfil longitudinal cônico.

d) Para $r = 3/2$, tem-se:

$$Y = \pm b\, x^{3/2}$$

gera a equação denominada parábola de Neil, que é expressada no gráfico da seguinte maneira (Figura 62).

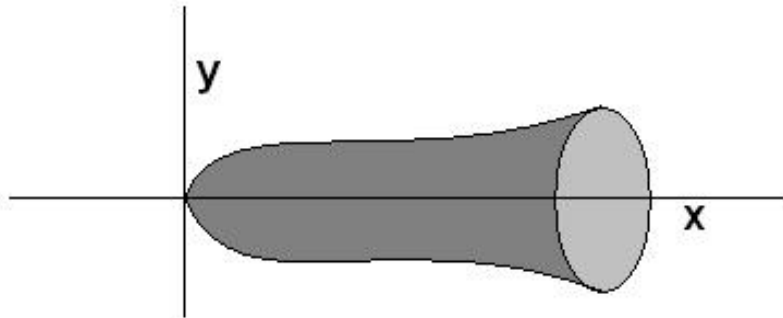



Figura 62. Perfil gerado por $Y = \pm b\, x^r$, quando $r = 3/2$.

Na prática, os perfis das extremidades de certas árvores também assemelham-se a estas Figuras. O perfil da parte inferior dos troncos de certos vegetais como figueiras, palmeiras, de modo geral, podem ser considerados como o que representa a equação de Neil (4).

Portanto, na prática o cilindro representa melhor a base do tronco sendo que, às vezes, é o neilóide, o parabolóide se aproxima mais da porção intermediária e o cone das porções finais, como também, às vezes, o neilóide.

7.2 – FÓRMULAS DE CUBAGEM DOS PARABOLÓIDES QUE SE ASSEMELHAM AS FORMAS DE TRONCOS

Suponha-se que um dos ramos S da parábola ordinária (Figura 63) dá uma rotação completa em torno de 0x e com vértice em 0, tendo originado uma superfície parabólica Ø, descrevendo também sobre um plano perpendicular às abscissas, uma circunferência.

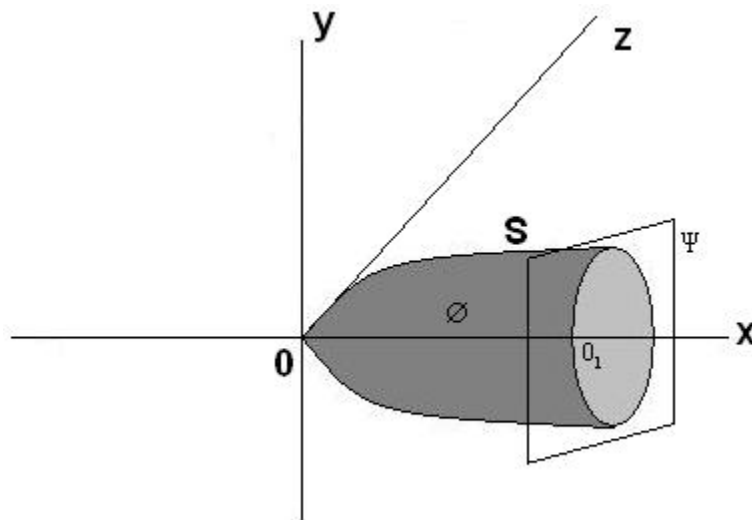



Figura 63. Rotação completa do ramo da parábola ordinária

Para cubagem de troncos de secções não circulares deve ser lembrado que sobre o plano Ψ, também poderá ocorrer a forma elíptica por uma rotação de S, desde que o eixo dos Y não seja simétrico (14).

Portanto, S dá uma rotação sobre o eixo de X, e gera no plano Ψ superfícies circulares ou elípticas.

Desta maneira, há necessidade de se definir o valor índice r da parábola que melhor traduza o seu perfil longitudinal.

Como esses parabolóides assemelham-se a troncos, deve-se indicar fórmulas para cubá-los, sendo que por motivos de simplificação, deverá se considerar que as secções geradas no plano Y são circulares.

Na equação geral, tem-se:

$$Y = \pm b x^r$$

Esta equação também pode ser escrita da seguinte forma:

$$Y^2 = \pm b^2 x^{2r}$$

Considerando que a secção gerada sobre qualquer plano, será sempre circular (Figura 64), a área S de cada secção será dada por:

$$S = \pi : y^2$$

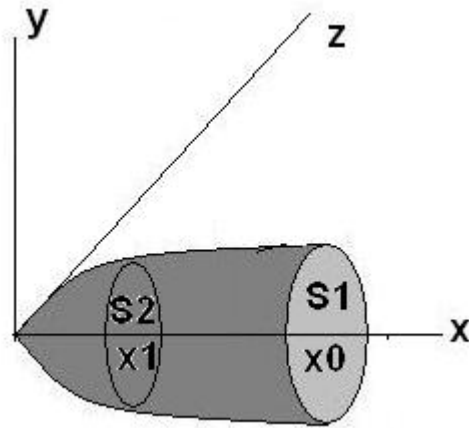



Figura 64. Rotação completa do ramo da parábola ordinária com a secção gerada

Sendo $y^2 = \pm b^2 x^{2r}$, a expressão anterior pode ser escrita como:

$$S = \pi b^2 x^{2r}$$

Considerando $\pi b^2 = B$, tem-se:

$$S = x^{2r}$$

que é a expressão que indica a área das secções circulares paralelas.

Como o volume do sólido vai do vértice 0 até a superfície plana circular, por integração encontra-se o valor deste volume (V).

$$V = \int_0^{x0} S \cdot dx \rightarrow V = \int_0^{x0} B \cdot x^{2r} \cdot dx = B\int_0^{x0} x^{2r} \cdot dx$$

$$V = B\left[\frac{1}{2r+1} \cdot x^{2r+1}\right]_0^{x0}$$

$$V = \frac{1}{2r+1} \cdot Bx^{2r} \cdot x0$$

$$Como\ Bx^{2r} = S,\ tem - se$$

$$V = \frac{1}{2r+1} \cdot S \cdot x0$$

onde S = área de secção circular;
x0 = altura do parabolóide;

$\frac{1}{2r+1}$ = fator ou coeficiente de forma (f) (ver cap. 6)

Então a fórmula pode ser escrita como:

$$V = f \cdot S \cdot H$$

Viu-se no item 7.1 a, b, c e d, que os valores diferentes de r, dão origem aos protótipos dendrométricos que mais se assemelham com as secções dos troncos das árvores.

Substituíndo-se os diferentes valores de r na fórmula do volume, tem-se:

a) r = 0, f será igual a 1

$$V = \frac{1}{S \cdot H}$$

$V = S \cdot H$ (cilindro)

b) r = $\frac{1}{2}$, f = $\frac{1}{2}$

V = $\frac{1}{2}$ · S·H (parabolóide)

c) r = 1, f = $\frac{1}{3}$

V = $\frac{1}{3}$ · (S·H) (cone)

d) r = $\frac{3}{2}$, f = $\frac{1}{4}$

V = $\frac{1}{4}$ S·H (neilóide)

Como na prática o S é tomado na altura do DAP, e é representado por: $\left(\frac{\pi}{4} \cdot D^2\right)$, a fórmula geral V = f·S·H, fica escrita da seguinte forma:

$$V = \frac{1}{2r+1} \cdot \left(\frac{\pi}{4} \cdot D^2\right) \cdot H$$

Considerando $S = \left(\frac{\pi}{4} \cdot D^2\right) = g$ (área basimétrica ou seccional),

tem-se:

V = g · H · f

7.3 – CÁLCULO DO VOLUME DE ÁRVORES (FÓRMULAS E APLICAÇÕES)

Partindo-se do princípio de que as árvores possuem os troncos que se assemelham à figuras geométricas (protótipos dendrométricos) como viu-se anteriormente, muitos métodos e fórmulas foram desenvolvidos com finalidade de se cubar o volume de árvores abatidas, em pé ou do próprio povoamento.

Como tudo está ligado ao fator econômico, a validade do método está no fato de que o mesmo seja aplicado com rapidez e que possua um certo grau de precisão, sendo viáveis ao material lenhoso a ser mensurado.

Dentre os métodos e fórmulas existentes, pode-se citar os seguintes:

7.3.1 – MÉTODO DO XILÔMETRO

Entre todos os métodos e fórmulas existentes, o xilômetro é o que apresenta resultados mais reais.

O xilômetro consiste em um tubo cilíndrico de mais ou menos 1,8 m de altura e diâmetro entre 50 a 60 cm. (Figura 65). Geralmente os xilômetros são reforçados por aros com finalidade de evitar uma possível deformação. Na parte média e exterior existe um tubo de cobre pequeno em forma de L, que tem uma parte introduzida no tubo e outra exterior na qual é colocado outro tubo de vidro graduado, tal como os níveis d'água que se utilizam em caldeiras.

Para graduar este tubo de vidro em função do tubo do xilômetro, se coloca água no xilômetro até que chegue na parte inferior do tubo de vidro, registrando-se neste ponto o zero. A partir daí, se vai colocando água no tubo do xilômetro, de litro em litro, e marcando no tubo de vidro o local em que subiu o nível d'água referente a cada litro colocado, agindo assim até chegar a parte superior. Para que as leituras sejam reais o xilômetro deve estar numa perfeita vertical em relação ao solo, para se evitar erros de paralaxe. Isto é conseguido com um fio de prumo colocado ao lado do tubo de vidro.

A forma de operar é a seguinte: coloca-se água no xilômetro até a água coincidir com a graduação zero do tubo de vidro. Depois vai se colocando secções do tronco da árvore no mesmo, o que causa uma elevação no nível d'água, que serve para o cálculo do volume do material submergido, pois o xilômetro é cilíndrico perfeito e as divisões no tubo de vidro correspondem ao volume de decímetro cúbico (50).

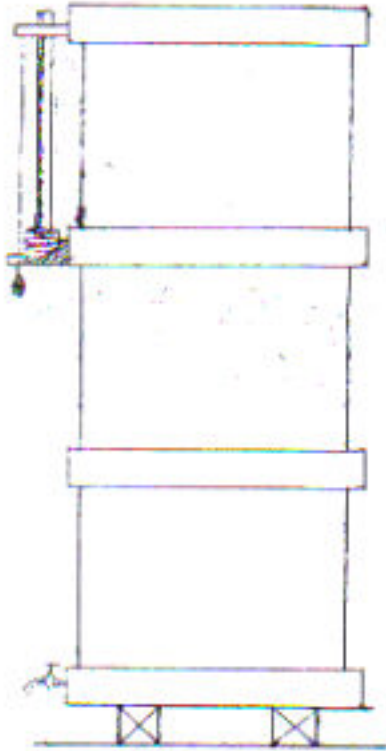



Figura 65. Xilômetro.

Pela própria construção e metodologia de se obter volume de árvores, nota-se que o uso do xilômetro não é bem indicado por sua impraticidade, apesar dos resultados serem os mais precisos possíveis.

Em casos de se querer o volume de grandes quantidades de madeira e que se quer grande precisão, pode-se agir da seguinte maneira: toma-se uma determinada quantidade de toras médias e mensura-as pelo xilômetro, obtendo-se um volume V. Em seguida se pesa esta mesma quantidade de madeira, sendo mais recomendável pesar antes, pois a madeira pode absorver água do xilômetro e alterar o seu peso.

Tendo-se o peso e o volume, calcula-se a densidade por:

$$d = \frac{P}{V}$$

Depois pesa-se a madeira, obtendo-se o peso total (P_t), e tendo-se a densidade (d) da mesma, calcula-se o volume:

$$V = \frac{P_t}{d}$$

obtendo-se assim um bom resultado.

Mas como foi citado anteriormente, o xilômetro não é usado com freqüência por causa de sua construção relativamente complexa e principalmente porque se presta somente para mensurar pequenas quantidades de madeira. Para operá-lo se faz necessário um tempo muito grande quando relacionado com os outros métodos e fórmulas existentes.

7.3.2 – FÓRMULAS UTILIZADAS E SUAS APLICAÇÕES

Como na realidade os troncos das árvores nunca se identificam como um único protótipo dendrométrico, pois num mesmo tronco pode ocorrer as várias formas (Figura 66), e sendo também não identificável onde ocorre a transição de

uma forma para outra, às formulas correspondentes aos volumes dos protótipos dendrométricos não resolvem o problema. Portanto, cubar a secção de uma árvore por uma forma de um protótipo dendrométrico sem conhecer o verdadeiro valor de r, iria ocasionar erros. Então, empregam-se fórmulas matemáticas aproximativas, que são baseadas no princípio de que o volume de uma secção do tronco de uma árvore é conhecido através do produto de suas áreas seccionais médias pelo comprimento do tronco, com exceção da ponta da árvore quando considerada como um cone. Desta maneira, o valor de r passa a ter somente uma importância teórica.

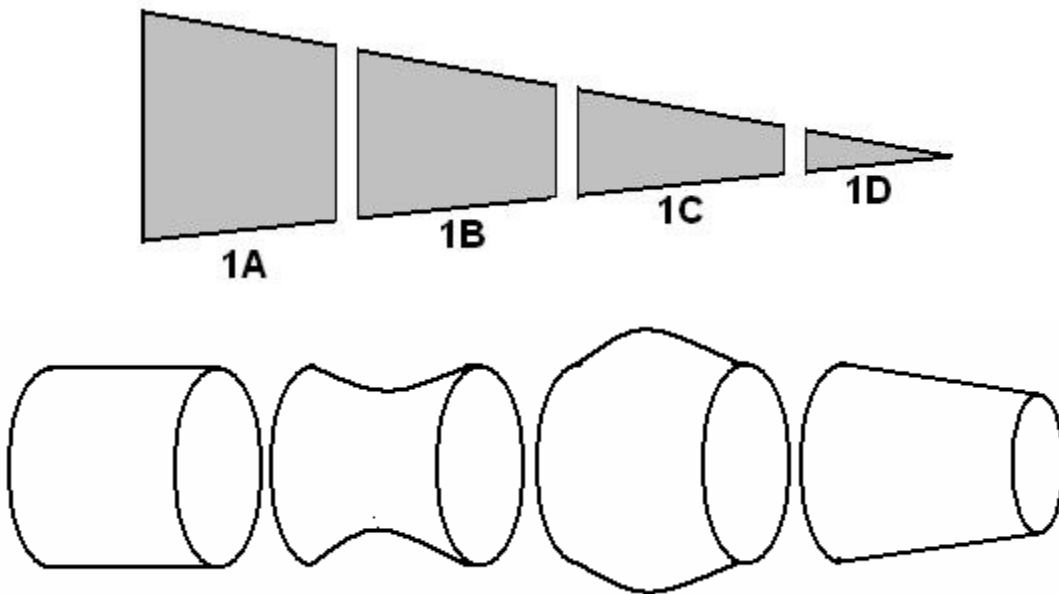



Figura 66. Seccionamento de uma árvore e formas de sólidos geoméricos.

onde

A = cilindro cujo V = a_1 . 1A
B = neilóide cujo V = b_1 . 1B/4
C = parabolóide cujo V = c_1 . 1C/2
D = cone cujo V = d_1 . 1D/3

Então as fórmulas desenvolvidas são aproximações que se fazem a estas figuras geométricas, pois como se falou anteriormente, não se consegue determinar o local de transição de um sólido para outro.

Dentre as fórmulas existentes, citam-se:

a) FÓRMULA DE NEWTON OU DE CAVALIERI

Apesar de não precisar do valor de r, cabe salientar que esta fórmula dá resultados bem exatos, quando os valores de r são: 0, $\frac{1}{2}$, 1 e $\frac{3}{2}$, sendo que para qualquer outro valor os resultados são aproximados (22).

Esta fórmula é dada por:

$$V = \frac{1}{6} \cdot l \left(g_1 + 4g_{\frac{1}{2}} + g_2 \right)$$

onde:

l = comprimento da tora;
g_i = área seccional da secção i.

A.1 – Aplicação (Figura 67)

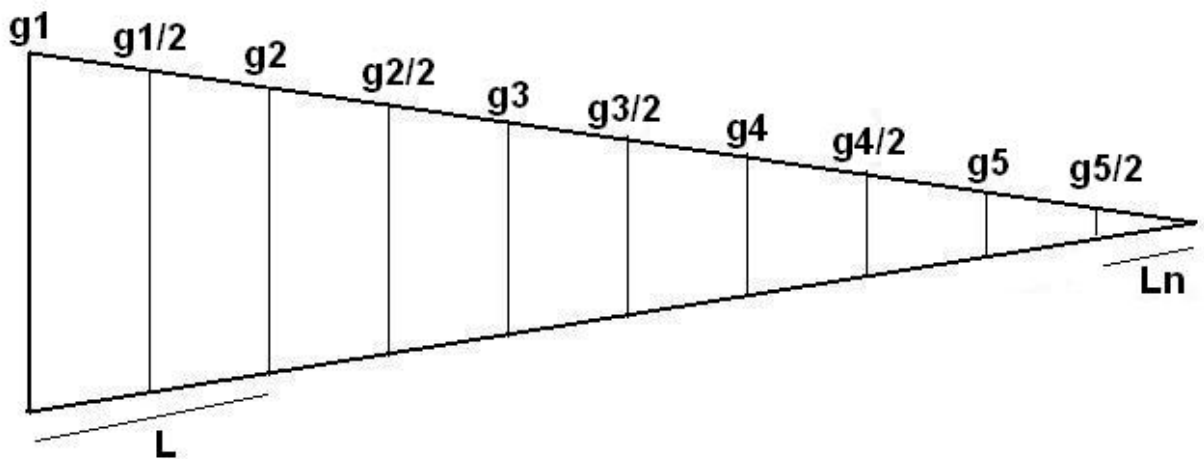



Figura 67. Aplicação da fórmula de Newton ou Cavalieri

$$V_t = \sum_{i=1}^{n} V_i$$

sendo n = número de toras;
V_i = volume de tora i;
V_t = volume de n toras.

$$V_t = \frac{1}{6} \cdot L \left(g_1 + 4g_{\frac{1}{2}} + g_2 \right) + \frac{1}{6} \cdot L \left(g_2 + 4g_{2\frac{1}{2}} + g_3 \right) + \frac{1}{6} \cdot L \left(g_3 + 4g_{3\frac{1}{2}} + g_4 \right) + \frac{1}{6} \cdot L \left(g_4 + 4g_{4\frac{1}{2}} + g_5 \right)$$

$$V_t = L \left[\left(\frac{g_1 + g_5}{6} \right) + \left(\frac{g_2 + g_3 + g_4}{3} \right) + \frac{2}{3} \left(g_{\frac{1}{2}} + g_{2\frac{1}{2}} + g_{3\frac{1}{2}} + g_{4\frac{1}{2}} \right) \right]$$

$$V_t = L\left[\frac{(g_1+g_5)}{6}+\frac{(g_2+g_3+g_4)}{3}+\frac{2}{3}\left(g_{\frac{1}{2}}+g_{2\frac{1}{2}}+g_{3\frac{1}{2}}+g_{4\frac{1}{2}}\right)\right]+\frac{g_5\cdot L_n}{3}$$

O volume dos diâmetros seria:

$$V_t = \frac{\pi}{4}\cdot L\left[\frac{(d_1^2+d_5^2)}{6}+\frac{(d_2^2+d_3^2+d_4^2)}{3}+2\frac{\left(d_{\frac{1}{2}}^2+d_{2\frac{1}{2}}^2+d_{3\frac{1}{2}}^2+d_{4\frac{1}{2}}^2\right)}{3}\right]+\frac{\pi}{4}\cdot\left(\frac{d_5^2\cdot L_n}{3}\right)$$

$$V_t = \frac{\pi}{4}\cdot\left\{L\left[\frac{(d_1^2+d_5^2)}{6}+\frac{(d_2^2+d_3^2+d_4^2)}{3}+2\frac{\left(d_{\frac{1}{2}}^2+d_{2\frac{1}{2}}^2+d_{3\frac{1}{2}}^2+d_{4\frac{1}{2}}^2\right)}{3}\right]+\left(\frac{d_5^2\cdot L_n}{3}\right)\right\}$$

O mesmo volume em função das circunferências seria:

$$V_t = \frac{L}{4\pi}\left[\frac{(c_1^2+c_5^2)}{6}+\frac{(c_2^2+c_3^2+c_4^2)}{3}+2\frac{\left(c_{\frac{1}{2}}^2+c_{2\frac{1}{2}}^2+c_{3\frac{1}{2}}^2+c_{4\frac{1}{2}}^2\right)}{3}\right]+\left(\frac{L}{4\pi}\right)\left(\frac{c_5^2\cdot L_n}{3}\right)$$

$$V_t = \frac{1}{4\pi}\left\{L\left[\frac{(c_1^2+c_5^2)}{6}+\frac{(c_2^2+c_3^2+c_4^2)}{3}+2\frac{\left(c_{\frac{1}{2}}^2+c_{2\frac{1}{2}}^2+c_{3\frac{1}{2}}^2+c_{4\frac{1}{2}}^2\right)}{3}\right]+\left(\frac{c_5^2\cdot L_n}{3}\right)\right\}$$

Pelo exposto acima, nota-se que, apesar da precisão que esta fórmula apresenta, os cálculos são um pouco demorados, como também exige um número maior de medições dos diâmetros ou circunferências.

b) FÓRMULA DE HUBER

Esta fórmula também é conhecida como fórmula da secção intermediária, pois o volume V é conseguido pelo produto a área da secção intermediária $g_{1/2}$, pelo comprimento da tora, sendo que para o volume total da tora, também se deve adicionar o volume do cone da tora final, quando este existir.

A fórmula de Huber é expressa por:

$$V = g_{\frac{1}{2}} \cdot L$$

b.1) Aplicação (Figura 68)

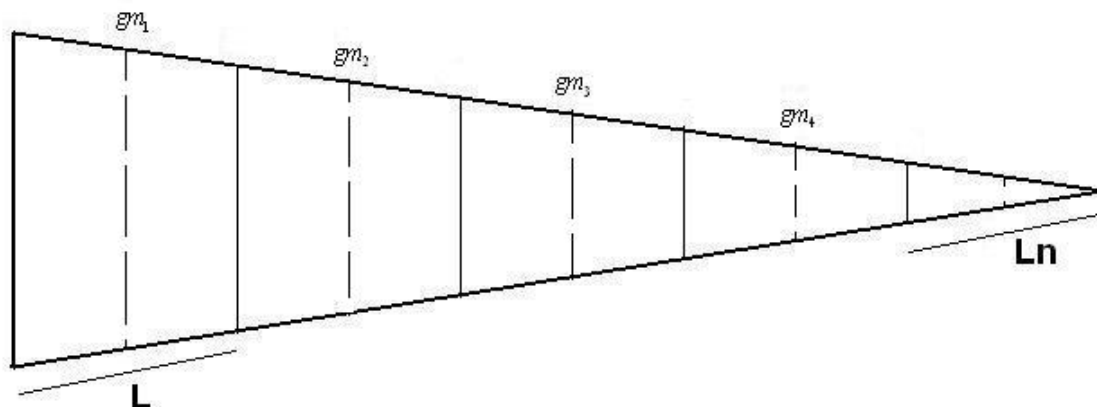



Figura 68. Aplicação da fórmula de Huber

gm = área da secção média;

$V_t = \sum V_i$

$V_t = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5$

$V_t = g_{m1} \cdot L + g_{m2} \cdot L + g_{m3} \cdot L + g_{m4} \cdot L$

$V_t = L\,(g_{m1} + g_{m2} + g_{m3} + g_{m4})$

Nos casos em que se considerar a inclusão do cone da tora, a fórmula fica escrita como:

$$V_t = L\left(gm_1 + gm_2 + gm_3 + gm_4\right) + \frac{g_5 \cdot L_n}{3}$$

Este mesmo V_t dado em função do diâmetro é:

$$V_t = \frac{\pi}{4} \cdot L\left(d^2 m_1 + d^2 m_2 + d^2 m_3 + d^2 m_4\right) + \frac{\pi}{4} \cdot \frac{d_5^2 \cdot L_n}{3}$$

$$V_t = \frac{\pi}{4} \cdot \left[L\left(d^2 m_1 + d^2 m_2 + d^2 m_3 + d^2 m_4\right) + \frac{d_5^2 \cdot L_n}{3}\right]$$

Em função da circunferência será:

$$V_t = L\left(\frac{C^2 m_1}{4\pi} + \frac{C^2 m_2}{4\pi} + \frac{C^2 m_3}{4\pi} + \frac{C^2 m_4}{4\pi}\right) + \frac{C_5^2 \cdot L_n}{4\pi \cdot 3}$$

$$V_t = \frac{L}{4\pi}\left[\left(C^2m_1 + C^2m_2 + C^2m_3 + C^2m_4\right) + \frac{C_5^2 \cdot L_n}{3}\right]$$

c) FÓRMULA DE SMALIAN

Também conhecida como formula média das secções onde o volume é obtido pelo produto da média das áreas seccionais (g_1 e g_2) dos extremos pelo comprimento da tora.

Então:

$$V = \frac{g_1 + g_2}{2} \cdot L$$

c.1) Aplicação (Figura 69)

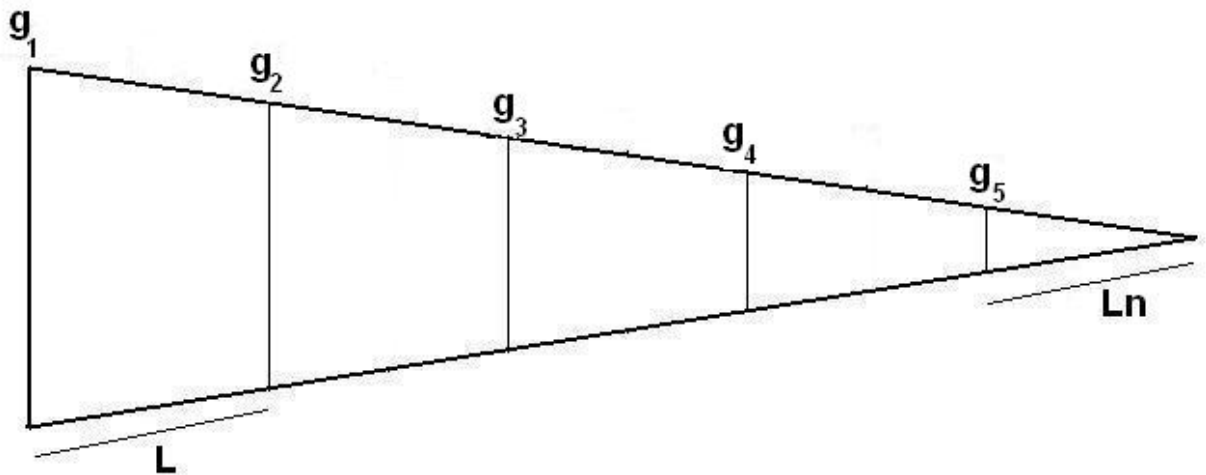



Figura 69. Aplicação da Fórmula de Smalian

$V_t = \sum V_i$

$V_t = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5$

$$V_t = \frac{g_1 + g_2}{2} \cdot L + \frac{g_2 + g_3}{2} \cdot L + \frac{g_3 + g_4}{2} \cdot L + \frac{g_4 + g_5}{2} \cdot L$$

$$V_t = L \cdot \left[\frac{g_1 + g_2}{2} + \frac{g_2 + g_3}{2} + \frac{g_3 + g_4}{2} + \frac{g_4 + g_5}{2}\right]$$

$$V_t = L \cdot \left[\frac{g_1 + g_5}{2} + 2\frac{g_2}{2} + 2\frac{g_3}{2} + 2\frac{g_4}{2}\right]$$

$$V_t = L \cdot \left[\frac{g_1 + g_5}{2} + g_2 + g_3 + g_4\right]$$

Acrescentando-se o volume do cone, tem-se:

$$V_t = L \cdot \left[\frac{g_1 + g_5}{2} + g_2 + g_3 + g_4 \right] + \frac{g_5 \cdot L_n}{3}$$

Esta formula expressa em função do diâmetro é:

$$V_t = L \cdot \left[\left(\frac{\pi d_1^2}{4} + \frac{\pi d_5^2}{4} \right) \cdot \frac{1}{2} + \frac{\pi d_2^2}{4} + \frac{\pi d_3^2}{4} + \frac{\pi d_4^2}{4} \right] + \frac{\pi}{4} \cdot \frac{d_5^2 \cdot L_n}{3}$$

$$V_t = \frac{\pi}{4} \cdot \left[L \frac{\left(d_1^2 + d_5^2 \right)}{2} + d_2^2 + d_3^2 + d_4^2 + \frac{d_5^2 \cdot L_n}{3} \right]$$

Em função da circunferência será:

$$V_t = L \cdot \left[\frac{\left(\frac{C_1^2}{4\pi} + \frac{C_5^2}{4\pi} \right)}{2} + \frac{C_2^2}{4\pi} + \frac{C_3^2}{4\pi} + \frac{C_4^2}{4\pi} \right] + \frac{C_5^2}{4} \cdot \frac{L_n}{3}$$

$$V_t = \frac{1}{4\pi} \left[L \cdot \frac{\left(C_1^2 + C_5^2 \right)}{2} + C_2^2 + C_3^2 + C_4^2 + \frac{C_5^2 \cdot L_n}{3} \right]$$

d) FÓRMULA DO SERVIÇO FLORESTAL AMERICANO

O serviço Florestal Americano usa uma fórmula muito semelhante a de SMALIAN, onde as áreas seccionais, diâmetros ou circunferências são tomadas da seguinte forma:

$g_{0,3}$ = área seccional a 0,3 m → $d_{0,3}$ → $C_{0,3}$

$g_{1,3}$ = área seccional a 1,3 m → $d_{1,3}$ → $C_{1,3}$

$g_{2,3}$ = área seccional a 2,3 m → $d_{2,3}$ → $C_{2,3}$

. . . .

. . . .

. . . .

g_n = área seccional a n m → d_n → C_n

Desta maneira, tanto o DAP como o CAP ficam incluídos nas medidas, facilitando as suas coletas que ficam de maneira sistemática.

A medida do diâmetro (d0,0) ou circunferência (C0,0) não é tomada devido as dificuldades que acarretariam, supondo-se pois o d0,0 = d0,3 e C0,0 = C0,3.

Então o cálculo do volume é feito da seguinte maneira:

$$V_t = V_1 + V_2 + V_3 + ... + V_n$$

$$V_1 = g_{0,3} \cdot 0,3$$

$$V_2 = \left(\frac{g_{0,3} + g_{1,3}}{2} \right) \cdot L$$

$$V_3 = \left(\frac{g_{1,3} + g_{2,3}}{2} \right) \cdot L$$

sendo L = 1 metro

$$\vdots$$

$$V_n = \left(\frac{g_{n-1} + g_n}{2} \right) \cdot L$$

Conclui-se que:

$$V_t = g_{0,3} \cdot 0,3 + \left(\frac{g_{0,3} + g_{1,3}}{2} \right) + \left(\frac{g_{1,3} + g_{2,3}}{2} \right) + ... + \left(\frac{g_{n-1} + g_n}{2} \right)$$

$$V_t = g_{0,3} \cdot 0,3 + \left(\frac{g_{0,3} + g_n}{2} \right) + g_{1,3} + g_{2,3} + ... + g_{n-1}$$

acrescentando o volume da ponta da árvore:

$$V_t = g_{0,3} \cdot 0,3 + \left(\frac{g_{0,3} + g_n}{2} \right) + g_{1,3} + g_{2,3} + ... + g_{n-1} + \left(\frac{g_n \cdot L_n}{3} \right)$$

Expressa em função do diâmetro será:

$$V_t = \frac{\pi}{4} d_{0,3}^2 \cdot 0,3 + \left(\frac{\pi}{4} d_{0,3}^2 + \frac{\pi}{4} d_n^2 \right) \cdot \frac{1}{2} + \frac{\pi}{4} d_{1,3}^2 + \frac{\pi}{4} d_{2,3}^2 + ... + \frac{\pi}{4} d_{n-1}^2 + \frac{\pi}{4} d_n^2 \cdot \frac{L_n}{3}$$

$$V_t = \frac{\pi}{4} \left(d_{0,3}^2 \cdot 0,3 \right) + \left(\frac{d_{0,3}^2 + d_n^2}{2} \right) + d_{1,3}^2 + d_{2,3}^2 + ... + d_{n-1}^2 + \left(d_n^2 \cdot \frac{L_n}{3} \right)$$

Em função da circunferência será:

$$V_t = \left(\frac{C_{0,3}^2}{4\pi}\cdot 0,3\right) + \left(\frac{C_{0,3}^2 + C_n^2}{4\pi}\right)\cdot\frac{1}{2} + \frac{C_{1,3}^2}{4\pi} + \frac{C_{2,3}^2}{4\pi} + ... + \frac{C_{n-1}^2}{4\pi} + \frac{C_n^2}{4\pi}\cdot\frac{L_n}{3}$$

$$V_t = \frac{1}{4\pi}\left(C_{0,3}^2\cdot 0,3\right) + \left(\frac{C_{0,3}^2 + C_n^2}{2}\right) + C_{1,3}^2 + C_{2,3}^2 + ... + C_{n-1}^2 + C_n^2\cdot\frac{L_n}{3}$$

FÓRMULAS GENERALIZADAS

Fórmula de Newton

$$V_t = f(g)$$

$$V_t = L\left[\frac{g_1 + g_n}{6} + \frac{g_2 + g_3 + ... + g_{n-1}}{3} + \frac{2}{3}\cdot\left(g_{1\frac{1}{2}} + g_{2\frac{1}{2}} + ... + g_{n-1\frac{1}{2}}\right)\right] + \frac{g_n\cdot L_n}{3}$$

$$V_t = f(d)$$

$$V_t = \frac{\pi}{4}\left\{L\left[\frac{d_1^2 + d_n^2}{6} + \frac{d_2^2 + d_3^2 + ... + d_{n-1}^2}{3} + \frac{2}{3}\cdot\left(d_{\frac{1}{2}}^2 + d_{2\frac{1}{2}}^2 + ... + d_{n-1\frac{1}{2}}^2\right)\right] + d_n^2\cdot\frac{L_n}{3}\right\}$$

$$V_t = f(c)$$

$$V_t = \frac{1}{4\pi}\left\{L\left[\frac{c_1^2 + c_n^2}{6} + \frac{c_2^2 + c_3^2 + ... + c_{n-1}^2}{3} + \frac{2}{3}\cdot\left(c_{\frac{1}{2}}^2 + c_{2\frac{1}{2}}^2 + ... + c_{n-1\frac{1}{2}}^2\right)\right] + c_n^2\cdot\frac{L_n}{3}\right\}$$

Fórmula de Huber

$$V_t = f(g)$$

$$V_t = L\left(gm_1 + gm_2 + gm_3 + ... + gm_n\right) + g_n\cdot\frac{L_n}{3}$$

$$V_t = f(d)$$

$$V_t = \frac{\pi}{4}\left[L\left(d^2m_1 + d^2m_2 + d^2m_3 + ... + d^2m_n\right) + d_n^2\cdot\frac{L_n}{3}\right]$$

$$V_t = f(c)$$

$$V_t = \frac{L}{4\pi}\left[\left(C^2m_1 + C^2m_2 + C^2m_3 + ... + C^2m_n\right) + C_n^2 \cdot \frac{L_n}{3}\right]$$

Fórmula de Smalian

$$V_t = f(g)$$

$$V_t = L\left[\left(\frac{g_1 + g_n}{2} + g_2 + g_3 + ... + g_{n-1}\right) + g_n \cdot \frac{L_n}{3}\right]$$

$$V_t = f(d)$$

$$V_t = \frac{\pi}{4}\left[L\frac{d_1^2 + d_n^2}{2} + d_2^2 + d_3^2 + ... + d_{n-1}^2 + d_n^2 \cdot \frac{L_n}{3}\right]$$

$$V_t = f(c)$$

$$V_t = \frac{1}{4\pi}\left[L\left(\frac{C_1^2 + C_n^2}{2}\right) + C_2^2 + C_3^2 + ... + C_{n-1}^2 + C_n^2 \cdot \frac{L_n}{3}\right]$$

e) FÓRMULA DE HOHENALD

Esta fórmula faz parte do grupo das fórmulas que servem para dar o volume de uma árvore, dividindo a mesma em toras de iguais comprimentos.

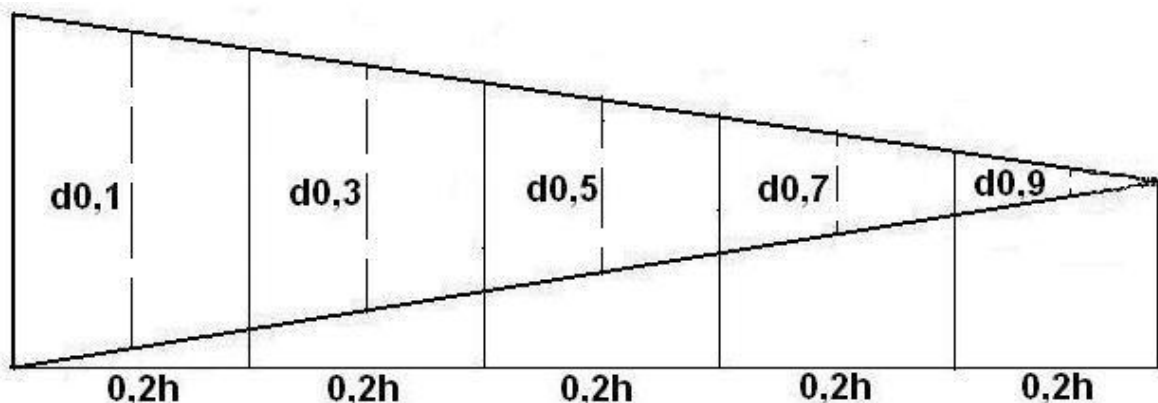
Portanto, nesta fórmula, a árvore é dividida em cinco partes iguais, as quais são submetidas à fórmula de Huber para que o volume das secções sejam determinados (Figura 70).

h = L

Figura 70. Medidas do tronco pelo método de Hohenald

$$V_t = \sum V_i$$

$$V_t = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5$$

$$V_t = 0,2 \cdot L(g_{0,9} + g_{0,7} + g_{0,5} + g_{0,3} + g_{0,1})$$

Expressa em função do diâmetro será:

$$V_t = \frac{0,2}{4\pi} \cdot L(d_{0,9}^2 + d_{0,7}^2 + d_{0,5}^2 + d_{0,3}^2 + d_{0,1}^2)$$

e em função da circunferência:

$$V_t = \frac{0,2}{4\pi} \cdot L(C_{0,9}^2 + C_{0,7}^2 + C_{0,5}^2 + C_{0,3}^2 + C_{0,1}^2)$$

f) FÓRMULA DA FAO

Esta fórmula se baseia no mesmo princípio de Hohenald, sendo que na primeira tora considera 3 outras subtoras, para que o volume de parte inferior seja melhor estimado, sendo que a primeira subtora é contada duas vezes.

A fórmula é expressa da seguinte maneira:

$$V_t = f(g)$$

$$V_t = 0,2 \cdot L\left[\frac{(2g_1 + g_2 + g_3)}{4} + g_{0,7} + g_{0,5} + g_{0,3} + g_{0,1}\right]$$

onde:

g_1 = área seccional ou transversal tomada a 1/6 da 1ª secção;
g_2 = área seccional ou transversal tomada a 3/6 da 1ª secção;
g_3 = área seccional ou transversal tomada a 5/6 da 1ª secção;

$$V_t = f(d)$$

$$V_t = 0,2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot L\left[\frac{(2d_1^2 + d_2^2 + d_3^2)}{4} + d_{0,7}^2 + d_{0,5}^2 + d_{0,3}^2 + d_{0,1}^2\right]$$

$$V_t = f(c)$$

$$V_t = \frac{0,2}{4\pi} \cdot L\left[\frac{(2C_1^2 + C_2^2 + C_3^2)}{4} + C_{0,7}^2 + C_{0,5}^2 + C_{0,3}^2 + C_{0,1}^2\right]$$

g) FÓRMULA DE PRESSLER

Esta fórmula é baseada no princípio de que todo o tronco da árvore é semelhante a um parabolóide ordinário ou um cone. Considerando a Figura 71, o tronco da árvore; seja H_1 a altura que media a secção de A, tomada a altura do peito, igual a metade do DAP (altura diretriz).

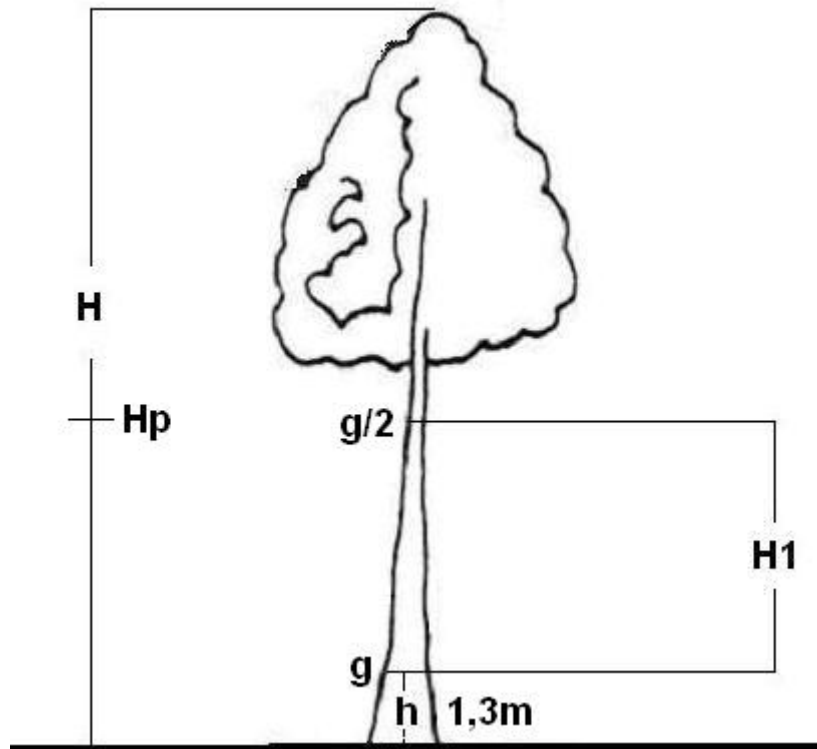



FIGURA 71. Aplicação da Fórmula de Pressler

A fórmula é dada por:

$$V_t = g \cdot \frac{2}{3} \cdot p$$

onde:

V_t = volume da tora;
g = área seccional a 1,30 m;
H_P = altura de Pressler.

Esta fórmula é exata para parabolóides ou cones e conduz a erros de 1/8 quando se trata de nelóide (23).

h) FÓRMULA DE HOSSFELD

Esta é uma fórmula muito semelhante à de Pressler, que é expressa por:

$$V_t = \frac{3}{4} \cdot g_{1/3} \cdot H_t$$

onde:

V_t = volume da tora;
$g_{1/3}$ = área seccional tomada a 1/3 de H_t;
H_t = altura total da tora.

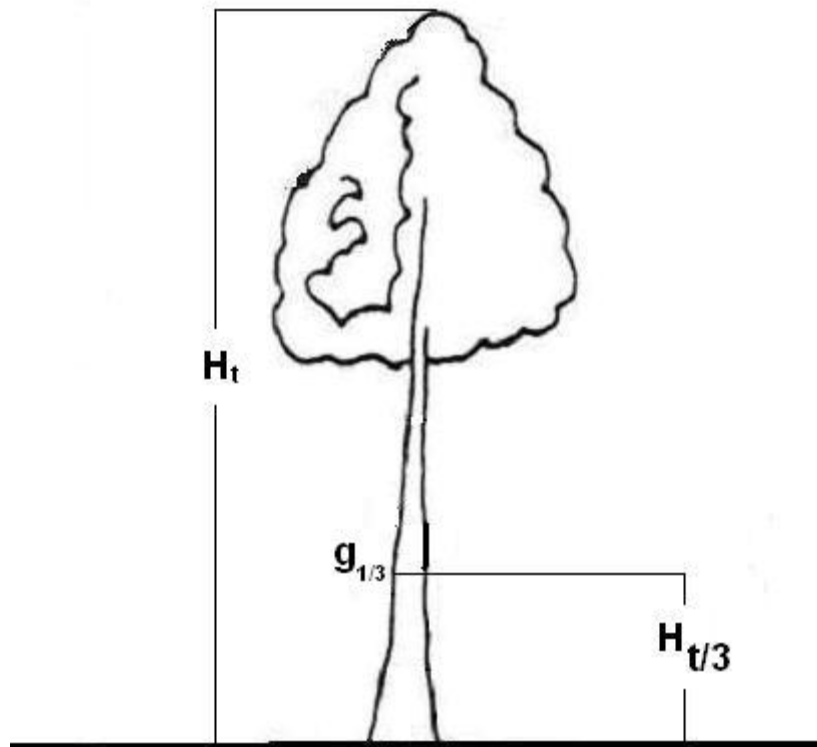



Figura 72.: Aplicação da fórmula de Hossfeld

Os resultados obtidos com esta fórmula também são muito semelhantes aos de Pressler.

7.4 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como foi visto anteriormente, o método do xilômetro é o que dá resultados mais precisos, sendo que não é usado por causa da complexidade das operações que o mesmo requer, em virtude de ser de difícil construção, como também de difícil transporte e demorado manuseio. Por estes motivos, utiliza-se o emprego de fórmulas, derivadas de fórmulas de parabolóides, que dão resultados bem aproximados, sendo desnecessário o conhecimento do índice da parábola r.

Dentre as fórmulas citadas, as que têm maior aplicabilidade são as de Newton, Huber e Smalian, que oferecem resultados corretos desde que os troncos e suas frações sejam tratados com parabolóides (33).

Tabela 9. Erros percentuais do volume verdadeiro quando se aplica as fórmulas de Huber e Smalian, para troncos de neilóides e toras de igual comprimento (W. Tischedorf), E. Assman (1957), citados por Loetsch.

Grande diâmetro	Pequeno diâmetro	Tronco de Neiloíde		Tronco de Paraboloide		Tronco de Cone	
		Huber	Smalian	Huber	Smalian	Huber	Smalian
(cm)	(cm)	(-%)	(+%)			(-%)	(+%)
20	16	0,55	1,10			0,41	0,81
30	26	0,23	0,45			0,17	0,34
40	36	0,13	0,25	sem	sem	0,09	0,18
50	45	0,13	0,25	erro	erro	0,09	0,18
50	40	0,55	1,10			0,41	0,82
50	30	2,77	5,53			2,04	4,08

Das três, a que dá melhores resultados é a de Newton, embora seja a menos utilizada, pelo fato de que requer cálculos bem mais complexos e demorados que as fórmulas de Huber ou de Smalian.

Comparando as fórmulas de Huber e de Smalian, verifica-se que ambas produzem erros em relação ao volume real, obtido pelo xilômetro (34).

Estes erros, porém, são pequenos sendo que o erro devido à aplicação da fórmula de Huber é de subestimação, sendo calculado em torno de mais ou menos (-1 a -2%), enquanto que empregando-se a fórmula de Smalian ocorre uma superestimação em torno de 2%, sendo função do comprimento da tora.

Em linhas gerais, pode ser mencionado que quanto menor for o comprimento da secção, menor será a diferença entre as fórmulas ou métodos, e consequentemente, maior a precisão. Na Tabela 8, apresenta-se uma comparação entre as fórmulas de Huber e Smalian.

Mas devido o número de medições ser menor e os resultados bastante semelhantes, a de Smalian é a mais usada em nosso meio florestal, assim como também nos Estados Unidos.

7.5 – CUBAGEM RIGOROSA

A cubagem rigorosa que consta da medição de diâmetros eqüidistantes ao longo do tronco, pode ser dividida em cubagem analítica e cubagem gráfica (14).

A cubagem analítica é aquela em que o volume é obtido por um método ou fórmula citada no item 7.3.

A cubagem gráfica é aquela em que o volume se obtém através do traçado do perfil longitudinal do tronco em um papel milimetrado, sendo um método muito mais flexível que o analítico, porque pode cubar qualquer tipo de árvore, quer ela tenha ou não alguma semelhança com os protótipos dendrométricos.

Segundo LOETSCH et alli (33) este método foi desenvolvido em 1926, por REINEKE.

Neste método, traça-se um sistema de eixos cartesianos, sendo que nas ordenadas coloca-se os valores dos comprimentos das toras, e nas abscissas suas respectivas áreas seccionais. Feita a marcação dos pontos formados pelas áreas seccionais e comprimento das toras, o cálculo do volume é feito usando um planímetro para calcular a área da figura formada sobre os eixos do sistema e que representa o perfil longitudinal da árvore.

ALVES (4) dá um exemplo deste método de cubagem para uma árvore de Araucaria angustifolia, conforme a Tabela 9 e Figura 73.

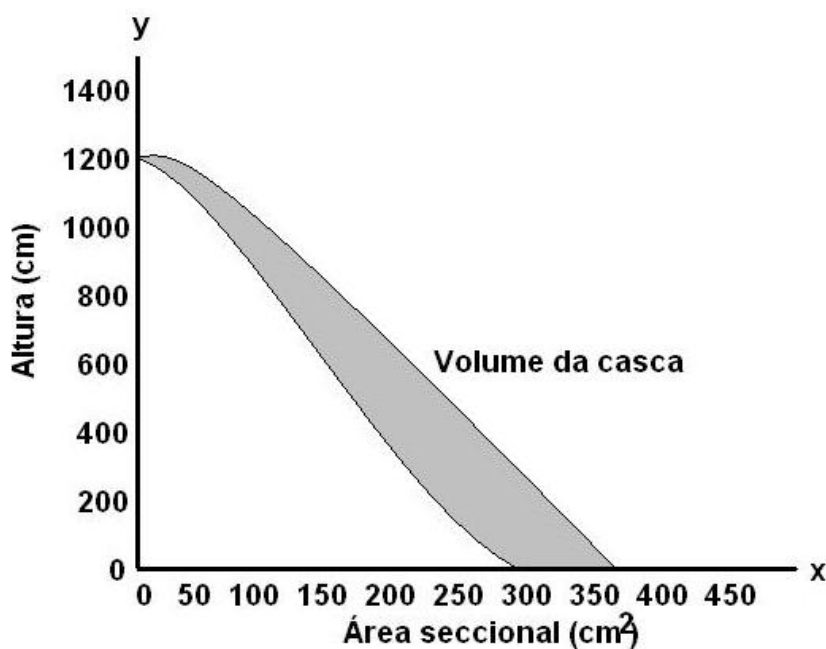



Figura 73. Cubagem gráfica de uma árvore de *Araucaria angustifolia* de 16 anos de idade.

O volume da árvore será dado pelo produto da área planimetrada por um fator de correção (f).

Neste exemplo o cálculo de f será dado por:

1 cm de comprimento equivale a 200 cm em Y;

1 cm de área seccional equivale a 50 cm² em X.

Tabela 10. Cubagem rigorosa do tronco de uma *Araucaria angustifolia*, segundo procedimento volumétrico de Smalian.

VOLUME	TRONCO	CILINDRO	CASCA
c/ casca	0,2143	0,3692	16%
s/ casca	0,1800	0,3159	-
Fator de Forma	0,58	0,57	
Obs: Altura sem galhos = 6,30 m; Copa viva = 6,70 m			

TALHÃO Nº 8	ÁREA Há
ÁRVORE Nº 1	DATA = 19/12/73
LOCAL = Passo Fundo, RS	ESPÉCIE: *Araucaria angustifolia*
DAP = 19,0 cm	ALTURA = 13,0 m
IDADE = 16 anos	FUSTE: Reto

Comp.	Diâmetro (cm)		Área seccionada (m²)		Volume (m³)	
	c/casca	s/casca	c/casca	s/casca	c/casca	s/casca
0,10	22,0	19,7	0,0380	0,0305		
0,30	19,0	17,6	0,0284	0,0243	0,0649	0,0535
2,00	18,5	17,1	0,0269	0,0230	0,0483	0,0461
4,00	16,5	15,4	0,0214	0,0186	0,0379	0,0327
6,00	14,5	13,4	0,0163	0,0141	0,0298	0,0252
8,00	13,0	11,9	0,0133	0,0111	0,0220	0,0182
10,00	10,5	9,5	0,0087	0,0017	0,0107	0,0084
12,00	5,0	4,1	0,0020	0,0013	0,0007	0,004
13,00						

O fator de correção será:

$$f = 200 \text{ cm} \times 50 \text{ cm}^2$$

$$f = 2{,}0 \text{ m} \times 0{,}0050 \text{ m}^2$$

$$f = 0{,}01$$

então:

$$V = S \cdot f = 17{,}98 \cdot 0{,}01 = 0{,}1798 \text{ m}^3$$

A grande desvantagem deste método está no ato da medição da área com o planímetro, porque é uma operação demorada e que requer de cuidados para se evitar erros.

Quando o número de indivíduos cubados é grande, ocorre uma tendência a não haver diferenças significativas entre os métodos de cubagem gráfica e analítica (22).

7.6 – VOLUME COMERCIAL DAS TORAS

Neste item tratar-seá do cálculo do volume da tora em função de como ela é vendida ou comprada no comércio madeireiro. Ocorre normalmente uma grande variação nos cálculos, pois estes dependem da finalidade para qual a madeira será aproveitada.

Na prática comercial, o volume da tora recebe certos descontos, pois, por exemplo, o alburno de árvores que possuem cernes bons para a serraria, quase nunca é aproveitado para tal finalidade. Em toras que vão ser desdobradas, as medidas são tomadas na parte mais fina, pois no desdobramento as costaneiras não tem importância comercial, e assim por diante.

7.6.1 – PROCESSO DE CUBAGEM EM DESCONTO POR FACE

Neste tipo de processo, existem dois métodos comumente adotados na prática; são os denominados "2,5 em face" e "5 em face". Em todos os processos as medidas são tomadas descontando-se a casca quando existir na extremidade mais fina da tora (Figura 74).

De modo geral, a fórmula de cubagem é a seguinte:

$$V = (D_1 - 2_n)\ (D_2 - 2_n)\ L$$

No método de 2,5 em face:

$$V = (D_1 - 5)\ (D_2 - 5)\ L$$

e no método 5 em face:

$$V = (D_1 - 10)\ (D_2 - 10)\ L$$

A Figura 74 mostra pormenores de como a tora recebe os descontos.

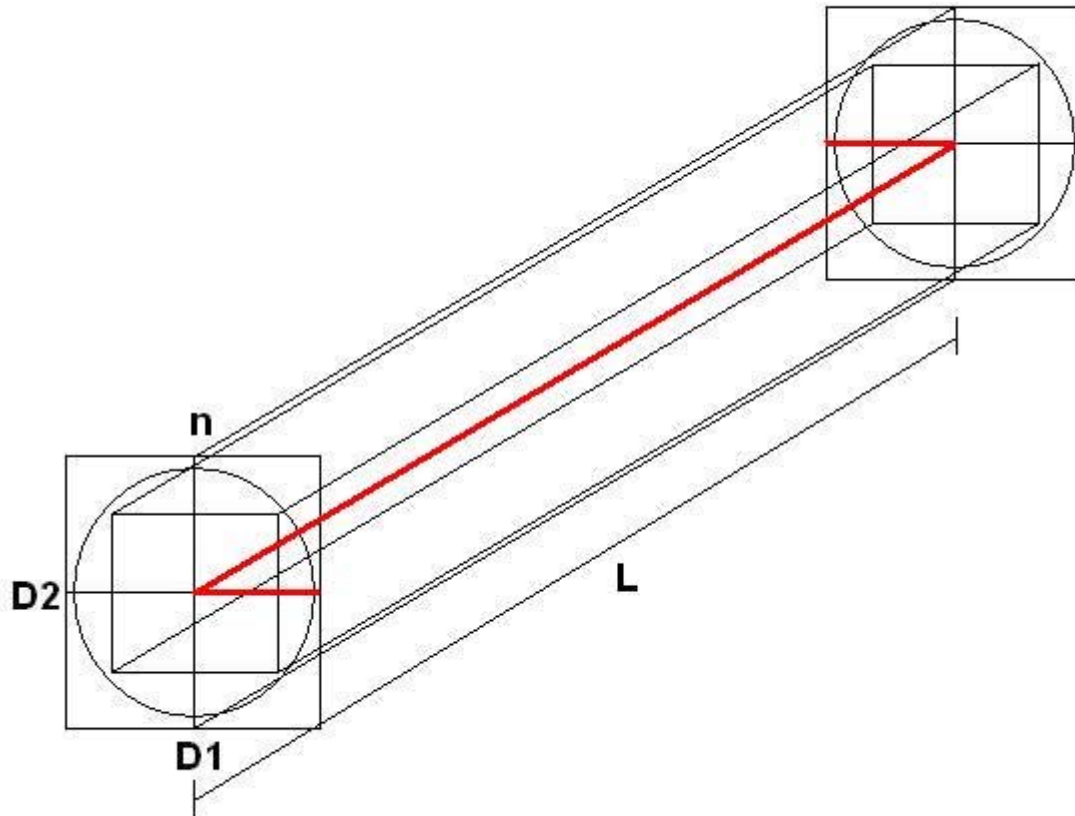



Figura 74. Cubagem com descontos por face

7.6.2 – MÉTODO EXATO DA ALFÂNDEGA DE PARIS

Sendo d o diâmetro da secção ou c o comprimento do perímetro medido, isto é a circunferência medida, e S o lado do quadro inscrito na tora (supõe de secção cilíndrica), o volume da tora será:

$$V = 1/2\ L\ d^2$$

ou

$$V = 0{,}0507\ c^2$$

Isto por que:

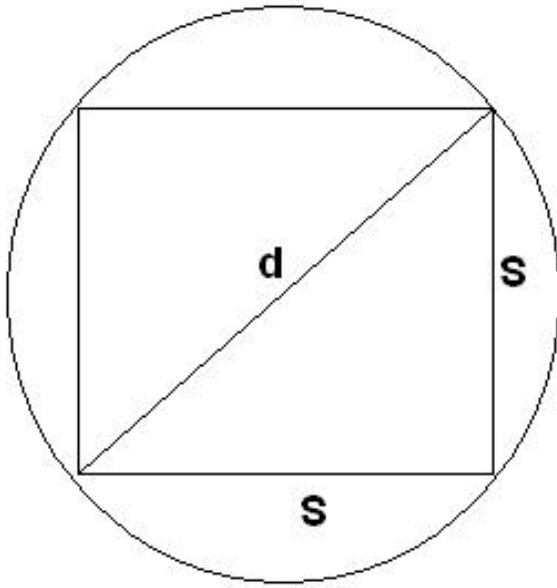



Figura 75. Método exato da alfândega de Paris

$$V_t = S^2 \cdot L$$

$$V_t = \frac{d^2}{2} \cdot L = \frac{1}{2} d^2 \cdot L$$

Medindo-se, tem-se:

d = c/π

sendo 1/π = 0,31831

d = 0,31831 c

onde d² = (0,31831 c)² = 0,10132 c²

sendo $V_t = \frac{d^2}{2} \cdot L$

$$V_t = \frac{0,10132 \cdot c^2}{2} \cdot L$$

$$V_t = 0,0507 \cdot c^2 \cdot L$$

Considerando a tora perfeitamente cilíndrica, o cálculo do aproveitamento em percentagem será:

$$A = \frac{V_t - P}{V_t} \cdot 100$$

$$A = \frac{V_c}{V_t} \cdot 100$$

onde A = aproveitamento em %;
V_t = volume da tora;
P = perdas;
$V_c = V_t - P$ =volume esquadrejado.

Então:

$$A = \frac{S^2 \cdot L}{\frac{\pi}{4} \cdot d^2 L} \cdot 100$$

$$A = \frac{\frac{d^2}{2} \cdot L}{\frac{\pi}{4} \cdot d^2 L} \cdot 100 = \frac{2}{\pi} \cdot 100 = 63,66\%$$

Como na realidade a tora não é cilíndrica e as medidas são tomadas na ponta mais fina, as perdas ainda são maiores.

Considerando que o diâmetro da parte mais grossa é 3% maior que o da extremidade mais fina, o aproveitamento em percentagem (A) seria:

$D_1 = D + 0,03\ D$

$D_1 = 1,03\ D$

$$A = \frac{S^2 \cdot L}{\frac{\pi}{4} \cdot \left(\frac{D_1^2 + D^2}{2} \right) L} \cdot 100$$

A = 62%

7.6.3 – VOLUME FRANCON OU DE HOPPUS (CUBAGEM AO 4º DEDUZIDO)

TAYLOR (49), indica que os seguintes passos devem ser obedecidos para se conseguir o chamado volume de Hoppus, que em nosso país é conhecido como FRANCON.

1º - Medição do comprimento da tora;

2º - Conhecido o comprimento total da tora, determina-se o meio comprimento;

3º - Neste ponto, medir com uma trena a circunferência da tora;

4º - Dividir a circunferência tomado ao meio da tora por quatro para se obter a quarta parte da mesma;

5º - Elevar ao quadrado a quarta parte da circunferência medida ao meio da tora e multiplica-la pelo comprimento da mesma, para se obter o volume em m³ (Figura 76).

Então:

$$V_t = \left(\frac{C}{4}\right)^2 \cdot L$$

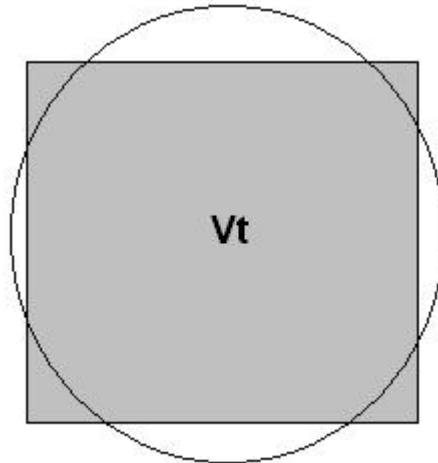



Figura 76. Volume de Francon ou Hoppus

Este volume obtido é um volume de um cilindro, mas como a tora não é cilíndrica, necessário se faz fazer a correção do volume as tora medida para o volume de um cilindro.

$$V_f = \frac{V_t}{V_c}$$

onde: V_f = volume Francon;
V_t = volume da tora;
Vc = volume cilíndrico.

$$V_f = \frac{\left(\frac{C}{4}\right)^2 \cdot L}{\frac{C^2}{4\pi} \cdot L} = \frac{\frac{C^2}{16} \cdot L}{\frac{C^2}{4\pi} \cdot L} = \frac{4\pi}{16}$$

V_f = 0,785 do volume do cilindro;

Este volume também é chamado volume ao 4° deduzido.

7.6.4 – CUBAGEM AO 5° REDUZIDO OU 5° DEDUZIDO

Esta cubagem é feita geralmente quando se quer ter arestas vivas (Figura 77). O cálculo deste volume obedece aos mesmos passos citados por TAYLOR, sendo que no item d, a circunferência é dividida por cinco.

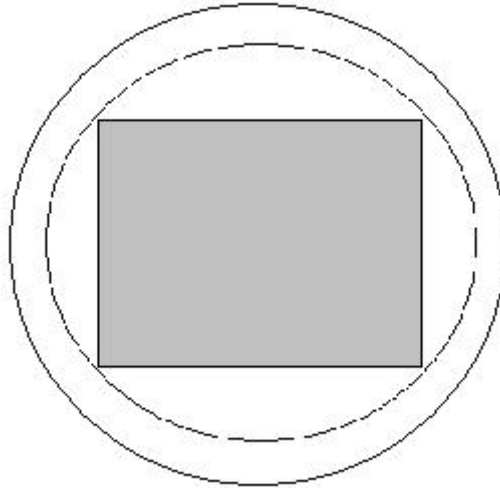



Figura 77. Cubagem ao 5° Reduzido com .arestas vivas

$$V_{5D} = \left(\frac{C}{5}\right)^2 \cdot L$$

corrigindo para o cilindro, tem-se:

$$V_t = \frac{V_{5D}}{V_c}$$

$$V_t = \frac{\left(\frac{C}{5}\right)^2 \cdot L}{\frac{C^2}{4\pi} \cdot L} = \frac{4 \cdot \pi}{25} = 0,5026$$ do volume cilíndrico.

Este volume obtido é aproximadamente a metade do volume da madeira com casca, e o alburno geralmente é eliminado.

Dependendo da finalidade para que se queira a madeira, ainda existem os volumes ao sexto deduzido e ao décimo deduzido, onde 1/6 e 1/10 do volume Hoppus, e cujos fatores de conversão para a forma cilíndrica são:

V = 0,5454 para o sexto deduzido

V = 0,6366 para o décimo deduzido

Na tabela 2, denominada de Tabela FRANCON, estão os coeficientes necessários para:

1º) passar de qualquer cubagem para outra;

2º) deduzir o preço em m³, correspondente a uma cubagem dada, do preço conhecido do m³ de outro sistema de cubagem (23).

Tabela 11. Tabela FRANCON

Cubagem empregada	Coeficiente servido para obter o volume correspondente à cubagem				Coeficiente servido para obter o preço do metro correspondente à cubagem			
	cilindro	4º reduzido	5º reduzido	6º reduzido	cilindro	4º reduzido	5º reduzido	6º reduzido
cilindro	1	0,7854	0,50265	0,54541	1	1,2732	1,98946	1,8335
4º reduzido	1,27323	1	0,64000	0,69444	0,7854	1	1,56250	1,4400
5º reduzido	1,98946	1,5625	1	1,08506	0,5026	0,6400	1	0,9216
6º reduzido	1,83351	1,4400	0,92160	1	0,5454	0,6944	1,058506	1

7.7 – VOLUME DE MADEIRA LAMINADA

O volume do laminado está na dependência direta da forma da tora, sendo que quanto mais cilíndrica a tora for, maior será o aproveitamento (Figura 78).

As maquinas laminadoras desenrolam a madeira até um diâmetro mínimo possível, sendo que este diâmetro pode variar de maquina para maquina.

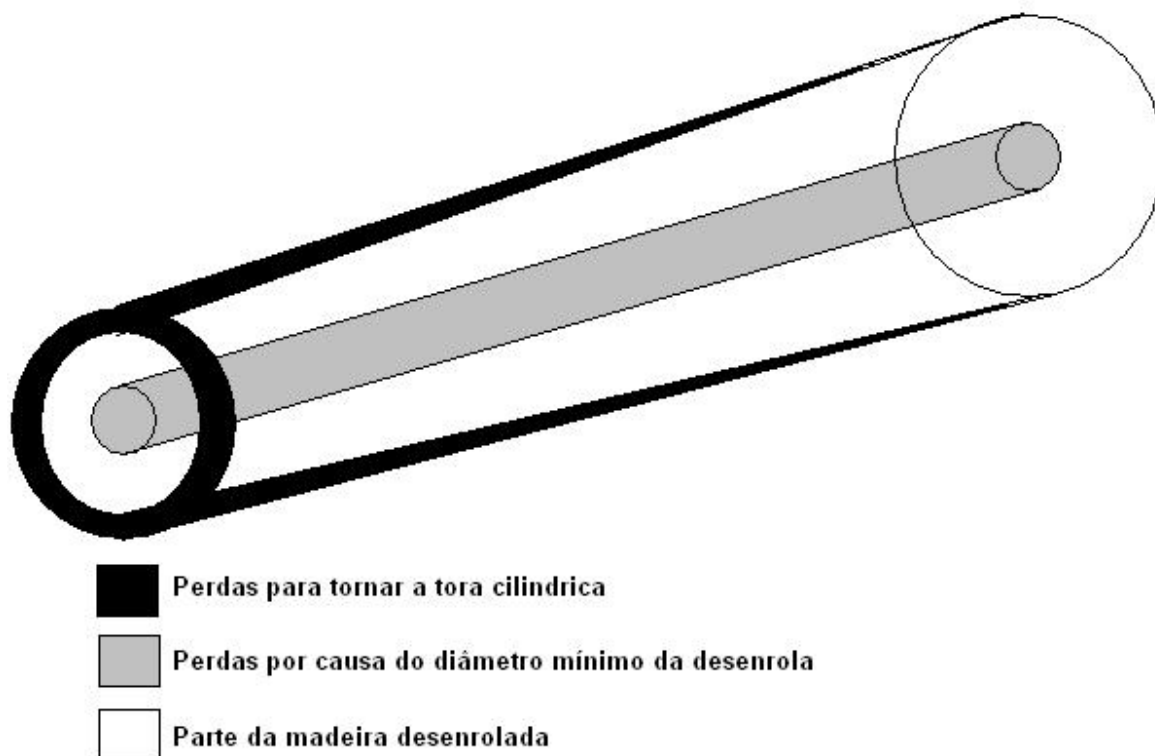



Figura 78. Aproveitamento do volume da madeira laminada.

Para se calcular o volume e a quantidade, em metros, de laminados, de uma tora, precisa-se dos seguintes dados em metros (Figura 79).

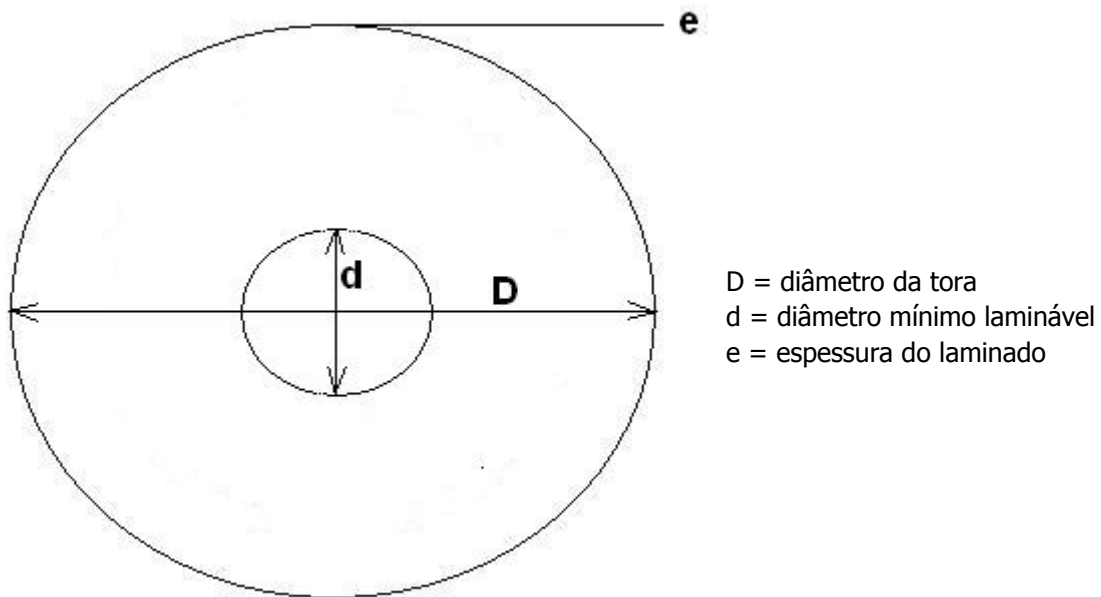



Figura 79. Perfil de uma parte laminável de uma tora.

Considerando L o comprimento da tora, tem-se:

volume de laminado = V_L

$$V_L = \left(\frac{\pi D^2}{4} \cdot L \right) - \left(\frac{\pi d^2}{4} \cdot L \right)$$

$$V_L = L \cdot \left(\frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} \right) = 0,78539 \cdot L \left(D^2 - d^2 \right)$$

Quantidade de laminados em metros (C):

$$C = \frac{\left(\frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} \right)}{e}$$

Superfície de laminado em m²:

S = C · L

onde: C = comprimento
L = largura

7.8 – CONSIDERACÕES FINAIS

No comércio brasileiro, o método mais usado é o volume Francon, embora existem algumas unidades de venda como:

a) Palmo – corresponde a uma tábua de 8″ x 8″ x 1″, usado no Amazonas.

b) Dúzia reduzida – corresponde a 216 pés quadrados, sendo um pé quadrado igual a uma tábua de 12″ x 12″ x 1″, e é usado no Rio Grande do Sul. No Paraná esta corresponde a 168 pés quadrados.

CARVALHO (15) publicou um livro sobre cubagem de madeiras, que possui tabelas de volumes para madeiras roliças e quadradas, conhecendo-se respectivamente os diâmetros ou circunferências, comprimentos, larguras e espessuras.

7.9 VOLUME DE MADEIRA EMPILHADA

Na maioria das vezes, a comercialização da madeira cortada é feita nas firmas, através do metro estéreo, que na realidade consta de uma pilha de madeira de dimensões de 1,0 m x 1,0 m x 1,0 m (Figura 80).

Para transformar o metro estéreo em metro cúbico, precisa-se calcular um fator de conversão, fator este que é denominado de Fator de Cubicação, e que geralmente está em torno de 0,7 m³.

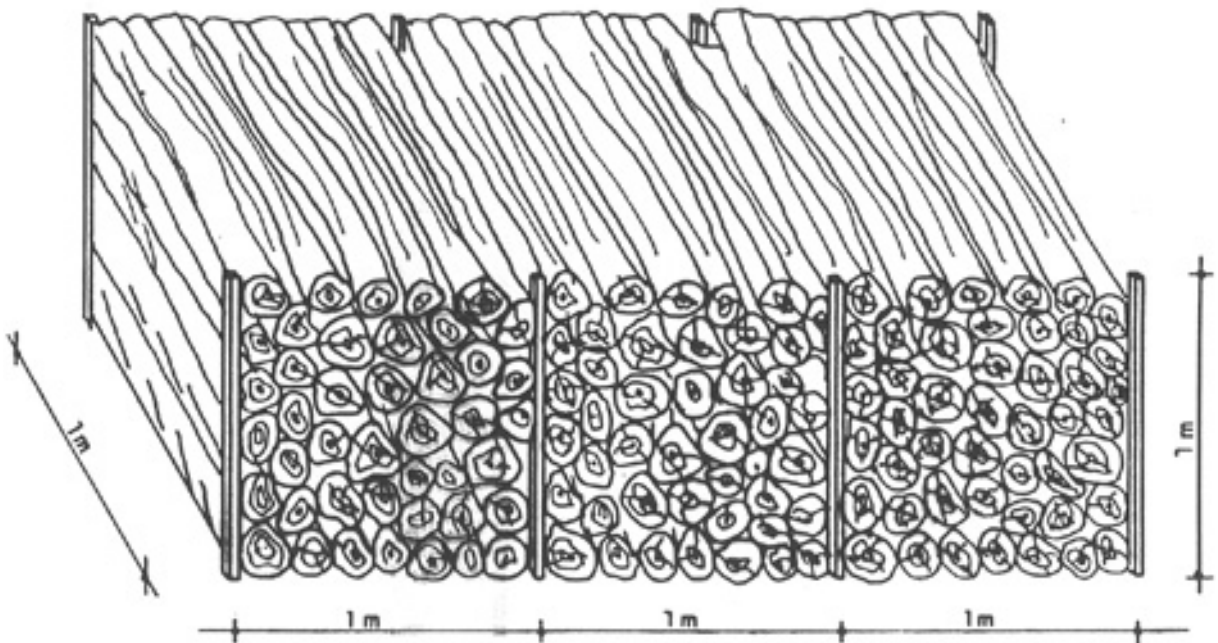



Figura 80. Metros estéreo

O fator de cubicação é dado por:

$$F_c = \frac{V_s}{V_c}$$

onde:

F_c = Fator de cubicação ou fator de empilhamento;
V_s = volume sólido real calculado por cubagem rigorosa;
V_c = volume empilhado em estéreos.

Este fator é determinado experimentalmente abatendo, seccionando e empilha-se certo número de árvores que representam a população, sendo que este fator é função da forma da árvore e das dimensões da tora.

Exemplo: em uma pilha de toras cujo volume foi calculado pelo método de Smalian, foram tomadas as seguintes medidas das mesmas: 1,40 m x 1,10m 0,8 m, sendo que o volume real das toras foi de 0,68 m³. O fator de cubicação ou empilhamento será então:

$$V_c = 1{,}40 \times 1{,}10 \times 0{,}80 = 1{,}232 \text{ m}^3$$

$$F_c = 0{,}680 / 1{,}232 = 0{,}55$$

Como este método leva algum tempo para obter o fator de cubicacao, foram desenvolvidos outros métodos dentre os quais o de Bitterlich, o do Laboratório de Serviços Florestais do Canadá e o método das fotografias.

No método de Bitterlich a determinação do fator é feita com o auxilio de um gabarito para uma PNA, constituído de plástico transparente, cartolina ou outro material. O principio de construção desse gabarito é semelhante ao da teoria relascopica, onde o fator de área basal para superfícies circulares é dado por:

$$K = \frac{2sen\alpha}{2} = \frac{D}{100R}$$

Com o gabarito construído, se dá um giro de 360º sobre a pilha contando-se as árvores enquadradas no gabarito e multiplicando pelo K, tem-se o fator de cubicação.

Maiores detalhes sobre esse método são encontrados em LOETSCH et alii (33) e ALVES (4).

O método do Laboratório de Produtos Florestais do Canadá, desenvolvido em 1970, emprega um circuito interno de televisão, que possui um contactor eletrônico, que determina uma sinalização branca quando encontra o material

lenhoso e uma sinalização escura que não é considerada, quando encontra os espaços vazios. A precisão deste método está em torno de 2% de erro (33).

O método das fotografias é assim descrito por HUSCH et alii (28): o fator f pode ser estimado através de fotografias da madeira empilhada. Um simples sistema de câmera fotográfica é mantido a uma distancia conveniente da pilha, em torno de 10 pés (3,048 m), com um eixo ótico de lentes perpendiculares a um lado da pilha. Depois coloca sobre a fotografia um templet (semelhante aos usados em aerofotogrametria), constituindo em cerca de 16 espaços ponteados por polegada quadrada (6,452 cm²) na escala de 1:30. Então, conta-se o numero de perfurações sobre os espaços (Figura 81) e sobre as toras, sendo que o f é dado por:

$$f = 1 - \frac{\text{número de pontos sobre os espaços}}{\text{número total de pontos no templet}}$$

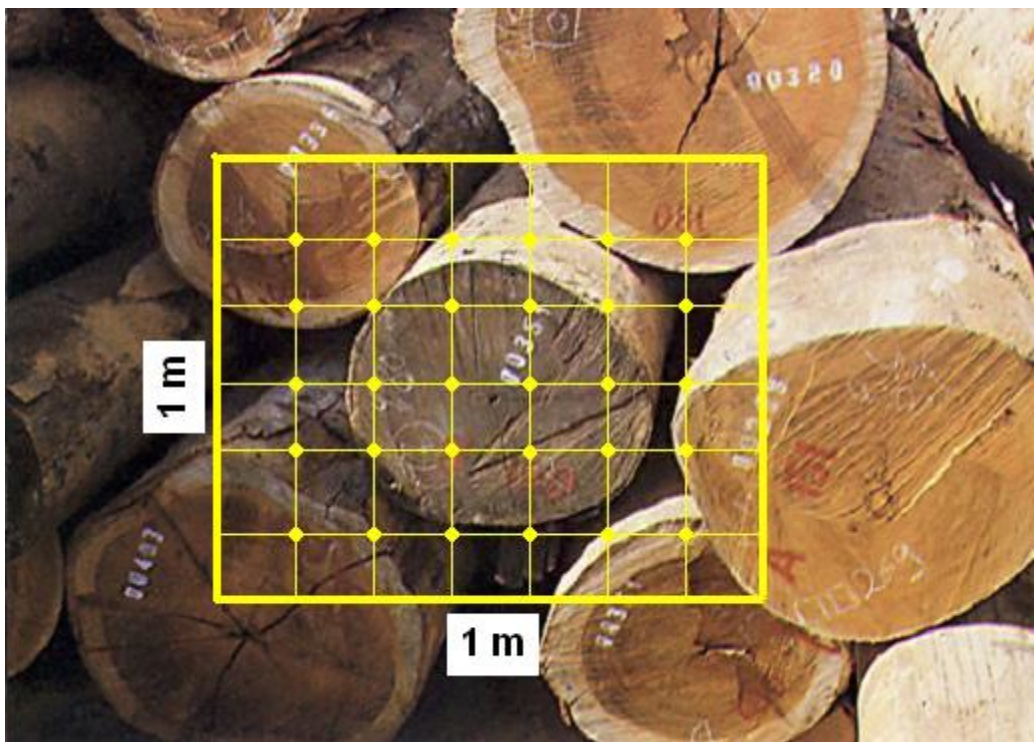



Figura 81. Templet colocado sobre a foto da pilha.

HUSCH *et alii* (28) citam que Garland (1968) mostrou que o método pode ser aplicado em (caminhões possantes de cargas de madeiras). Através de câmeras polaroides, poder-se-á calcular o volume de madeira contida em tal truck, sendo que para folhosas o referido método foi melhor que o método de venda de madeira pelo peso.

7.10 – VOLUME DE CASCA.

O conhecimento do volume de casca pode ter interesse em dois aspectos :

a) constituir um produto comercial e industrial;

b) por se tratar de madeira que se vende sem casca, esta deve ser deduzida do volume total.

Referindo-se ao volume da árvore, a quantidade de casca pode chegar a representar até 25% deste, dependendo da espécie, idade, sitio e etc; valores estes existem em tabelas especiais, em % do volume da árvore (50).

Para se calcular o volume da arvore com casca e sem casca por qualquer método de cubagem rigorosa, basta tomar os valores de diâmetro ou circunferências com e sem casca, com auxilio de uma suta ou fita, e depois calcular o volume de cada.

Esta operação de se conseguir diâmetros ou circunferências sem casca, basta se anelar a arvore no local em que foi medida sobre a casca, e se fazer a leitura da mesma maneira sem casca, sendo que a diferença de leituras, logicamente será a espessura da casca.

Então o volume de casca em porcentagem é dado por:

$$P = \frac{V_{c/c} - V_{s/c}}{V_{c/c}} \cdot 100$$

onde: P = porcentagem de casca;
$V_{c/c}$ = volume com casca;
$V_{s/c}$ = volume sem casca.

Em se tratando de determinar o volume de casca em árvores em pé, o anelamento não pode ser empregado, principalmente em angiospermas, que por questões fisiológicas de transporte de seiva, iria provocar a morte da referida árvore. Para evitar este problema, pode-se utilizar os medidores de espessura de casca (Figura 82).

O medidor também se presta para ser usado em árvores abatidas. Em operação bem rápida é introduzido o filete do medidor no tronco, no local em que se quer medir o diâmetro ou circunferência, de maneira que ao atingir o lenho o operador leia na escala contida no mesmo a espessura da casca. Melhores resultados são obtidos quando se toma duas medidas diametralmente opostas.

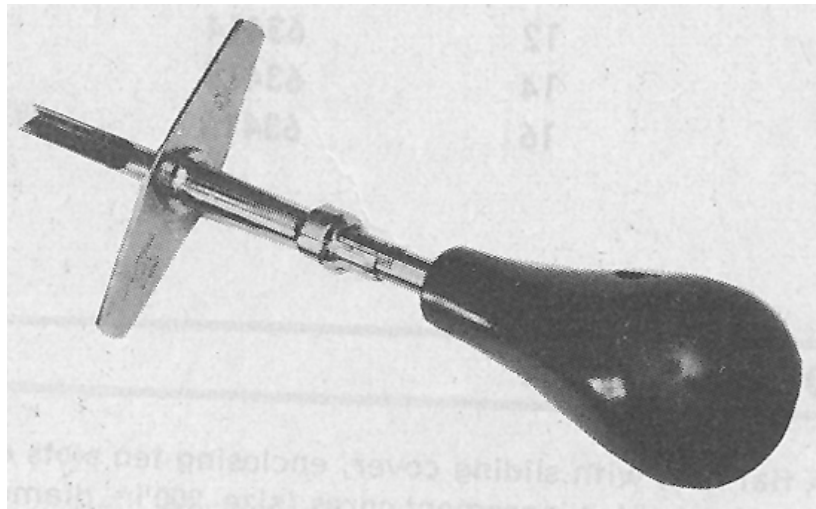



Figura 82. Medidor de espessura de casca.

Certos cuidados devem ser tomados no ato da leitura, como também na introdução do instrumento sobre o tronco para que o mesmo não penetre no lenho, o que daria uma espessura de casca maior, e conseqüentemente um menor volume de madeira sem casca.

O volume de casca também pode ser conseguido através da analise do tronco, onde se retira do perfil longitudinal o volume da casca em relação ao volume do material sólido.

Outro método de determinar o volume de casca é através do fator de casca de MEYER

$$K = \frac{d_{s/c}}{d_{c/c}} \quad \text{ou} \quad K = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_{s/c}}{\sum_{i=1}^{n} d_{c/c}}$$ onde K = fator de casca

SILVA *et alii*, citados por ALVES (4), trabalhando com 82 árvores de Pinheiro brasileiro, determinaram para os diâmetros tomados ao nível do DAP, um fator de casca médio K = 0,8209 e para a conversão do volume sob casca um K^2 médio = 0,6739, com erro de mais ou menos 1% para uma amplitude de 0,6800 a 08657.

Após a subtração da dupla espessura de casca calculadora por regressão, o volume sem casca foi obtido, a partir da seguinte expressão:

$$V = K^2 \cdot V$$

onde v =volume s/ c em m³
V = volume c/c em m³.

7.11 - VOLUME DA ÁRVORE POR ESTIMATIVA OCULAR

Esse tipo de método não possui muita importância na pratica florestal, mas é ocasionalmente usado em inventários florestais como conferência, pois, um mensurador experiente pode estimar o volume da árvore com um erro de mais ou menos 10 a 15%. Este simples método de estimativa puramente ocular é baseado na fórmula de DENZIN (1929), descrita por LOETSCH *et alii* (33).

$$V = \frac{d^2}{1000}$$

onde: V = volume do fuste até os 7 cm de diâmetros do topo (m³).
d = DAP em cm.

Está formula supõe que a altura formal (altura vezes fator de forma) é igual a 12,74 m. como na realidade as alturas formais de cada arvore podem diferir desta para mais ou para menos, diversos autores fizeram estudos mais apurados desta fórmula, e apresentam algumas correções.

Na Tabela 3 apresentam-se alguns fatores de correção da fórmula de DENZIN, que foram calculados por PRODAN (1965).

Tabela 12. Valores de correção para a fórmula de DENZIN

Espécies	Altura normal	Percentagem de d²/1000 que deve ser subtraída ou adicionada por metro acima ou abaixo da altura normal (%)
Vidoeiro (Betula spp)	31	3
Pinho (Pinus spp)	28	3
Salgueiro (Sambucus spp)	27	3
Faia (Fagus spp)	25	4
Carvalho (Quercus spp)	24	4
Abeto (Abies spp)	22	4
Picea (Picea spp)	21	4
Larícic (Larix spp	20	5

8. – CUBAGEM DO VOLUME DO POVOAMENTO

Dentro das operações realizáveis em Dendrometria, uma das mais importantes é, sem duvida alguma, a determinação do volume do povoamento, quer para estudos de incrementos, quer para finalidades comerciais através de Inventários Florestais.

Para se cubar um determinado volume de uma área florestada, ou reflorestada, seria necessário se cubar todas as arvores pertinentes a referida área, o que é praticamente impossível em se tratando de grandes áreas, em virtude dos fatores tempo e economicidade.

Então, o que se faz na realidade em grandes povoamentos, é se medir as árvores de um determinado número de parcelas amostrais, representativas da população total, por qualquer método de amostragem que melhor se adapte as condições locais, isto é, variação dentro e fora das espécies que compõe a população, variações topográficas, idades qualidades de sítios, etc., ou qualquer outro critério exigido pelo tipo de inventario a ser feito.

Tendo-se então delimitado o número e distribuição de tais parcelas amostrais, necessários se faz empregar o tipo correto de procedimento, para que em tal área a ser cubada não ocorram erros, pois estes seriam extrapolados para toda população.

Tais procedimentos de cubagens podem ser divididos em dois grupos:

a) Métodos baseados na construção de tabelas por métodos gráficos ou analíticos, que dão o volume médio por unidade de área, em nosso caso, hectare;

b) Métodos baseados no principio de que o volume de certo número de árvores de característica muito semelhantes, tais como diâmetro, altura e forma, é obtido multiplicando-se uma delas pelo número total de indivíduos registrados.

8.1 – MÉTODOS BASEADOS EM TABELAS

Basicamente existe dois tipos de tabelas nestes métodos:

a) Tabela de Produção

São relações numéricas que predizem, por unidades de área e por espécie, os volumes médios dos povoamentos em função da idade, sítio e tratamento recebido. Estas tabelas são os principais instrumentos para o planejamento florestal (11).

As tabelas de produção são subdivididas em linhas, uma para cada idade, que geralmente se considera intervalos de 5 anos, e três grupos de coluna, onde o primeiro refere-se ao povoamento remanescente depois do desbaste, o segundo as árvores desbastadas e o terceiro a produção total (Tabela 4).

Tabela 13. Tabela de produção tipo empírica usada tradicionalmente na Europa.

idade	Povoamento remanescente						Desbaste				Produção total			
	N	h	dom	dm	G	Y	N	dm	V/árovre	Vt	Σ V	Σ g	IMA_v	ICAv
5														
10														
.														
.														
n														

Neste tipo de tabela (Tabela 4), pode-se ler o desenvolvimento dos elementos dendrométricos do povoamento, por exemplo: número de árvores remanescentes, volume, etc., e também quanto em m³ deve ser cortado entre certas idades.

Para construir uma tabela de produção de tipo tradicional são usadas duas funções básicas:

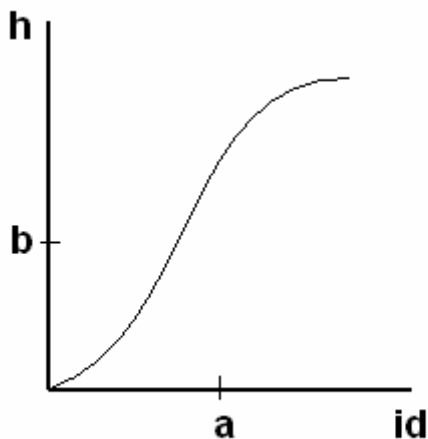



Figura 83. H=f(id)

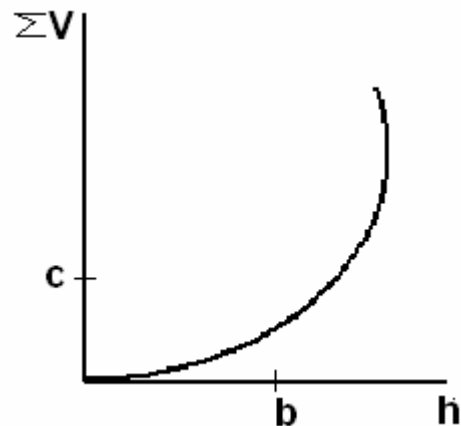



Figura 84. ΣV = f (h);

No caso 1, tem que se determinar os sítios e construir para cada índice uma função h = f (id), usando-se a H dom.

No caso 2, deve ser medida em um determinado numero de amostras as H dom e a produção total em volume (∑ V). Então, por gráficos ou analises de regressão consegue-se a função V = f (H dom).

Tendo estas duas funções, consegue-se a terceira, ∑ V = f (id). Por exemplo: nos gráficos acima tem-se que H dom = b usando-se h = (id), e este mesmo b correspondente a um c (produção total), usando-se a função ∑V = f (H dom).

Estas tabelas tradicionais e empíricas, usadas respectivamente nos Estados Unidos e Europa, apresentam a grande desvantagem no fato de que eram construídas para grandes regiões e até mesmo o próprio pais, o que as tornava-as imprecisas para locais onde as condições diferissem daqueles que serviam de base para sua construção.

BURGER (11) cita dois meios de se melhorar esta situação:

- Construção de tabelas por regiões menores ou de tabelas locais;
- Uso de níveis de produção: a função ∑V = f (H dom) refere-se as condições médias, mas em um determinado local pode corresponder a um maior ou menor volume na mesma altura dominante (H dom) (Figura 85).

nível baixo nível médio nível alto

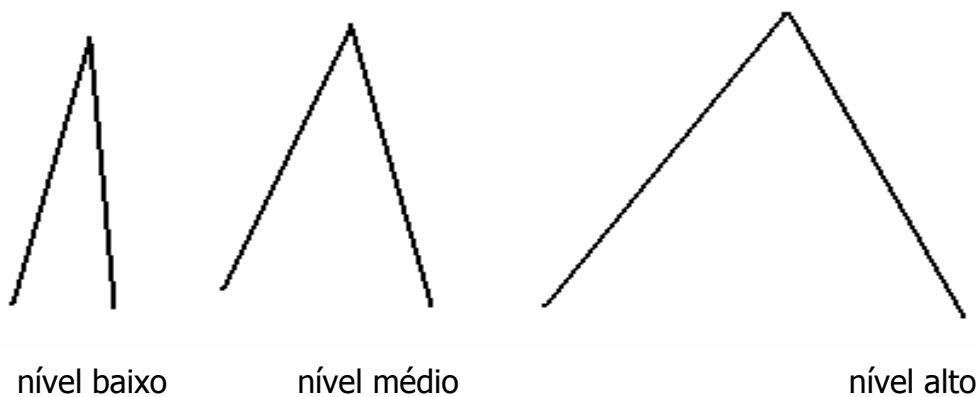



Figura 85. Diferentes níveis de produção.

Então pode-se empregar p. ex: três níveis de produção: nível **b** para condições normais, **a** para condições piores e **c** para condições ótimas, usando-se, três funções de ∑V = f (H dom) (Gráfico 3).

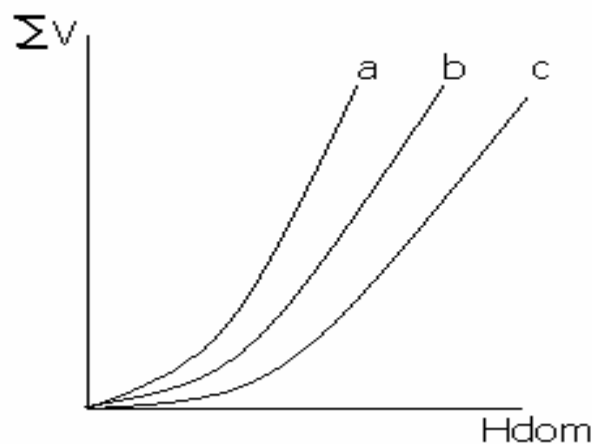



Figura 86. Diferentes níveis de produção.

Desta maneira, as tabelas de produções devem ter subdivisões referentes aos níveis considerados.

As tabelas de produção tradicionais e empíricas também apresentavam a desvantagem de descreverem o desenvolvimento do povoamento, quando neste se usava um determinado tratamento, por exemplo o desbaste baixo. Portanto, para uma população que estivesse sujeita a outro tratamento, a referida tabela não tinha validade.

Atualmente estão sendo desenvolvidas "tabelas de produção com densidade variável" e descrevem o desenvolvimento do povoamento em função de qualquer intensidade de desbaste.

BURGER (11) diz que na realidade não são tabelas, mas sistemas de equações os quais permitem ao computados imprimir uma tabela de produção para qualquer regime de desbaste.

b) Tabelas de cubicação do povoamento

São tabelas que se baseiam nos mesmos princípios de tabela de volume e que facilitam estimar o volume (total, de troncos ou de certos recursos) por unidade de área, com base em variáveis definidas e mensuráveis no povoamento, como por exemplo a área basal do hectare, altura média e, as vezes, um fator de forma para o povoamento, constituindo, pois, uma tabela de cubicação formal.

Quando estas tabelas são construídas a partir de fotografias aéreas, as variáveis independentes são, como regra, a altura visual média e a quota parte do hectare coberto pelas copas, ou medição equivalente (22).

Nestas tabelas uma das hipóteses mais seguidas é aquela que o volume médio por hectare é função da área basal total (G), e da altura média (H).

Como os métodos de construção de tabelas de cubicação para povoamentos são semelhantes aos usados na construção de tabelas de volume por arvore, os mesmos serão tratados detalhadamente no item 8.3.1.

8.2 – MÉTODOS DE CUBAGEM BASEADOS NA ANÁLISE DE ÁRVORES INDIVIDUAIS

Nestes métodos de cubagem de povoamentos, as estimativas, são relativas as árvores. Em geral estes métodos são divididos em dois subgrupos:

a) aqueles baseados nas avaliações resultantes de tabelas de volume;

b) métodos baseados em um certo numero de árvores modelos.

Os métodos pertinentes ao primeiro grupo, são hoje em dia, os mais usados em trabalhos florestais, dada a precisão que possuem, quando bem construídos. Mas na falta de tais tabelas, tem-se que se recorrer a métodos baseados na árvore modelo.

8.2.1 – TABELAS DE VOLUME

Entende-se por tabela de volume, uma equação ou uma relação gráfica ou numérica, que exprima o volume total ou parcial de uma árvore como função dos seguintes valores (ou do valor) que determinadas variáveis (ou determinada) independente (s) nela se tomam (22).

As tabelas de volume podem ser construídas por processos analíticos ou gráficos.

FERNOW, em 1907, citado por PAULA NETO (40), infere que na metade do século XVIII, volumes de arvores foram aparentemente calculados por Oettelt na Alemanha, por meio de formulas matemáticas.

No método gráfico que, segundo LOESTCH et alii (33), foi desenvolvido por Reineke, em 1926, o volume da arvore é conhecido pelo traçado de seu perfil.

A vantagem deste método é a maior flexibilidade que oferece em relação ao método analítico, podendo ser empregado com sucesso a qualquer forma de árvore (4). As suas principais limitações são:

a) uso vagaroso do planímetro que, mesmo quando cuidadosamente empregado, pode ser tendencioso;

b) a exigência do traçado de um gráfico para cada árvore, o que na pratica não é viável;

c) a determinação de um fator de correção que, quando multiplicado pela área planimetrada, dá o volume da árvore (2).

Segundo MACKAY (35), os métodos, para determinação do volume de árvores em pé, tiveram suas bases nos estudos de Cotta, em 1804, que enunciou o postulado: "o volume de uma árvore depende de seu diâmetro, altura e forma. Quando um volume de uma arvore for determinado corretamente, o valor achado é valido para outra árvore de igual diâmetro, altura e forma". O mesmo autor afirma que, para indivíduos de uma mesma espécie, vegetando em iguais condições de clima e solo, sujeitos aos mesmos regimes, pertencente às mesmas classes de diâmetro e altura, se pode admitir que essas árvores possuam a mesma forma e consequentemente o mesmo volume. Assim o volume de uma árvore

pode ser diretamente relacionado com sua altura e diâmetro, através de métodos gráficos, nomogramas, e analiticamente por meio das técnicas de regressão.

O método gráfico, o mais antigo dos três, requer menor conhecimento matemático. É de simples emprego, sendo que associado a tal simplicidade, está a inexatidão (6).

A principal desvantagem de tal método esta na dificuldade de harmonização de boas curvas para cada classe de diâmetro e altura, tendo em vista o excessivo numero de árvores requeridas. Além disso, há erros pessoais que geralmente se cometem nos ajustes de tais curvas harmonizadas (25).

O método de nomograma, segundo BEERS e GRINGRICH (6), é superior ao das curvas harmonizadas, uma vez que as variáveis volume, diâmetro e altura, são introduzidas numa única curva, o que é mais eficiente do que ajustar um maior numero de curvas. SPURR (48) cita como desvantagens deste método, a necessidade de gráficos básicos, nem sempre disponíveis, além de estarem sujeitos a erros devidos a mudanças dimensionais de escalas. Cita ainda que as tabelas volumétricas resultantes devam ser plotadas graficamente para verificação das estimativas finais.

A falta de objetividade e precisão de métodos utilizados na construção de tabelas de volume têm sido responsáveis, segundo HONER (24), pelos prejuízos econômicos oriundos da aplicação de tais tabelas.

Com o desenvolvimento das técnicas de regressão, muitas desvantagens dos métodos anteriores foram eliminadas. BARRETO (5) cita que uma relação entre volume, diâmetro e altura, feita pelos métodos gráficos ou nomogramas, só pode fornecer resultados, se elaboradas de maneira rigorosa, semelhantes aos obtidos pelo processo de regressão.

Segundo DRESS (17), a técnica de regressão apresenta a vantagem de ser inteiramente objetiva, uma vez que as inter-relações entre as variáveis dependentes e independentes são determinadas. O procedimento aplicado aos dados básicos envolve o ajustamento de uma curva, tal que a soma dos quadrados dos desvios entre os volumes reais e os estimados pela linha de regressão seja minimizada. Este método tem, como principal vantagem, a eliminação de erros pessoais causados nos ajustamentos das curvas (13, 21).

Com o desenvolvimento da ciência de computação e do crescente uso dos métodos estatísticos, a técnica de regressão, através dos mínimos quadrados, tem

superado totalmente os demais métodos de construção de tabelas volumétricas (12).

Existem três tipos de tabelas de volumes: local ou de simples entrada; regional ou de dupla entrada; e formal.

A tabela de volume local estima o volume da árvore em função do DAP (diâmetro a altura do peito). Esta tabela é de pequena exatidão, pois assume que as árvores de mesmo DAP, possuem uma mesma altura média e uma mesma classe de forma.

Segundo GOMES (22), tal tabela de volume só deve ser aplicada aqueles maciços florestais caracterizados por uma relação hipsométrica (diâmetro-altura) praticamente constante, e aos povoamentos semelhantes aqueles que serviram para elaboração de tal tabela. Uma tabela local pode ser facilmente derivada de uma tabela regional, desde que se estabeleça uma relação hipsométrica para o povoamento considerado e se interpole, na tabela de volume regional, o volume da árvore de altura média para cada classe de DAP.

A tabela de volume regional expressa o volume da árvore em função do DAP e da altura.

DRESS (17) cita que a construção de uma tabela de volume regional pode ser sistematizada, essencialmente, pelos seguintes procedimentos:

a) seleção de árvores através de amostragem casualisada ou de maneira significativa;

b) o volume das árvores selecionadas e abatidas é calculado por uma fórmula apropriada;

c) alguma forma de reprodução estatística é aplicada para prover a expressão do volume para valores específicos de DAP e altura.

DUFF (18) cita que o método usual, para a estimação de volumes de povoamentos de coníferas, é o uso de tabelas de volume baseadas no DAP e na altura total da árvore, ou em formulas, usando estas variáveis.

BEHRE, citado por HONER (25), concluiu que tabelas de volume regionais, envolvendo DAP e altura, são tão precisas e satisfatórias quanto as tabelas formais.

A tabela de volume formal é aquela que considera uma classe de forma como a terceira variável independente. O argumento favorável para a introdução da forma como terceira variável, para relacioná-la com o volume, é dado por

SPURR (47). Ele diz que a altura e o diâmetro não são suficientes para estimativas precisas do volume e que uma terceira variável independente seria necessária. Porém, o mesmo autor cita que a introdução de um fator de forma, como a terceira variável independente, complica a equação do volume, sem que o aumento da precisão seja significativo.

As dificuldades encontradas, para se estimar a classe de forma, e a exigência de um grande número de medições para se expressar a forma, limitam a construção e o uso de tais tabelas.

PAULA NETO (40) cita que todas as medidas de forma são expressas em função do diâmetro e da altura, e que uma alta correlação é usualmente verificada entre forma e diâmetro, e entre forma e altura, significando que a inclusão da forma como terceira variável, para ser relacionada com o volume, removerá muito pouco das variações não explicadas pela regressão do volume com o diâmetro e altura. Na realidade, desde que se use um processo de cubagem rigorosa, determinando o volume do tronco por pequenas secções, a forma da árvore estará, logicamente, sendo acompanhada nas medições (39).

Como na tabela de volume formal se usa uma única classe de forma por tabela, a estimação do volume poderá implicar erros, porque não é provável que todas as árvores possuirão a mesma forma. Além disto, desde que as classes de forma variam com o tamanho da árvore, espécie e sitio, é improvável que a variação da classe de forma seja ao acaso (10,28).

SMITH et alii (45), estudando várias expressões de forma em Douglas Fir, Hemclock e Red Cedar, concluíram que não existe vantagem prática em mensurar a forma da árvore para adicioná-la ao DAP e a altura.

A tabela de dupla entrada, mostra os volumes estimados para *Eucalyptus camaldulensis* derivados da equação de Bruce e Schumacher (44), $V = (a \cdot D \cdot H^c) \cdot dL$, onde dl corresponde ao fator da discrepância logarítmica (37).

Tabela 14: Tabela de volume de duas entradas (DAP e altura)

DAP (cm)	ALTURAS (m)																			
	6.00	7.00	8.00	9.00	10.00	11.00	12.00	13.00	14.00	15.00	16.00	17.00	18.00	19.00	20.00	21.00	22.00	23.00	24.00	25.00
11	0.0597	0.0637	0.0674	0.0708	0.0740	0.0771	0.0799	0.0827	0.0853	0.0878	0.0902	0.0925	0.0948	0.0970	0.0991	0.1011	0.1031	0.1051	0.1070	0.1088
13	0.0857	0.0914	0.0967	0.1016	0.1062	0.1105	0.1146	0.1186	0.1223	0.1259	0.1294	0.1327	0.1359	0.1391	0.1421	0.1450	0.1479	0.1507	0.1534	0.1561
15	0.1167	0.1245	0.1317	0.1383	0.1446	0.1505	0.1561	0.1615	0.1666	0.1715	0.1762	0.1807	0.1851	0.1894	0.1935	0.1975	0.2014	0.2052	0.2089	0.2125
17	0.1528	0.1631	0.1725	0.1812	0.1894	0.1972	0.2045	0.2115	0.2182	0.2246	0.2308	0.2368	0.2425	0.2481	0.2535	0.2588	0.2639	0.2688	0.2737	0.2784
19	0.1543	0.2073	0.2193	0.2334	0.2408	0.2597	0.2600	0.2689	0.2774	0.2856	0.2934	0.3010	0.3083	0.3154	0.3223	0.3289	0.3354	0.3418	0.3479	0.3539
21	0.2411	0.2573	0.2721	0.2859	0.2989	0.3111	0.3227	0.3337	0.3443	0.3544	0.3641	0.3735	0.3826	0.3914	0.3999	0.4082	0.4163	0.4241	0.4318	0.4353
23	0.2934	0.3130	0.3311	0.3479	0.3637	0.3785	0.3926	0.4061	0.4189	0.4312	0.4431	0.4545	0.4656	0.4763	0.4867	0.4967	0.5065	0.5161	0.5254	0.5345
25	0.3512	0.3747	0.3564	0.4165	0.4353	0.4531	0.4700	0.4861	0.5015	0.5162	0.5304	0.5441	0.5573	0.5701	0.5926	0.5946	0.6064	0.6178	0.6290	0.6398
27	0.4147	0.4424	0.4680	0.4917	0.5140	0.5350	0.5549	0.5739	0.5920	0.6095	0.6262	0.6424	0.6580	0.6731	0.6878	0.7020	0.7159	0.7294	0.7425	0.7554
29	0.4838	0.5162	0.5460	0.5737	0.5996	0.6242	0.6474	0.6695	0.6907	0.7110	0.7306	0.7494	0.7677	0.7853	0.8024	0.8193	0.8352	0.8510	0.8663	0.8613
31	0.5597	0.5961	0.6305	0.6624	0.6924	0.7207	0.7476	0.7731	0.7976	0.8211	0.8436	0.8654	0.8865	0.9068	0.9266	0.9458	0.9644	0.9825	1.0054	1.0177
33	0.6393	0.6821	0.7215	0.7581	0.7924	0.8248	0.8555	0.8948	0.9128	0.9396	0.9655	0.9904	1.0144	1.0378	1.0604	1.0823	1.1037	1.1245	1.1448	1.1646
35	0.7259	0.7744	0.8191	0.8607	0.8997	0.9364	0.9713	1.0045	1.0363	1.0668	1.0961	1.1244	1.1517	1.1782	1.2039	1.2288	1.2531	1.2767	1.2997	1.3222
37	0.8193	0.8731	0.9235	0.9703	1.0143	1.0557	1.0950	1.1325	1.1683	1.2027	1.2357	1.2676	1.2984	1.3283	1.3572	1.3853	1.4127	1.4393	1.4653	1.4906
35	0.9167	0.9781	1.0345	1.0870	1.1362	1.1827	1.2267	1.2687	1.3088	1.3473	1.3843	1.4201	1.4546	1.4880	1.5204	1.5519	1.5826	1.6124	1.6415	1.6659
41	1.0212	1.0855	1.1524	1.2109	1.2657	1.3174	1.3665	1.4132	1.4579	1.5008	1.5420	1.5818	1.6203	1.6575	1.6936	1.7287	1.7628	1.7961	1.8285	1.8601
43	1.1317	1.2074	1.2771	1.3419	1.4026	1.4599	1.5143	1.5661	1.6157	1.6632	1.7089	1.7530	1.7956	1.8369	1.8769	1.9159	1.9536	1.9904	2.0264	2.0614
45	1.2483	1.3918	1.4087	1.4602	1.5472	1.6104	1.6704	1.7275	1.7821	1.8346	1.8850	1.9336	1.9806	2.0262	2.0703	2.1132	2.1549	2.1955	2.2352	2.2738
47	1.3710	1.4626	1.5472	1.6257	1.6993	1.7688	1.8346	1.8974	1.9574	2.0150	2.0704	2.1238	2.1754	2.2254	2.2739	2.3210	2.3668	2.4115	2.4550	2.4974
49	1.5030	1.6004	1.6928	1.7786	1.8592	1.9351	2.0072	2.0759	2.1415	2.2045	2.2651	2.3236	2.3801	2.4347	2.4878	2.5393	2.5895	2.6383	2.6859	2.7324
51	1.6352	1.7446	1.8453	1.9390	2.0267	2.1096	2.1881	2.2630	2.3345	2.4032	2.4693	2.5330	2.5946	2.6542	2.7120	2.7682	2.8229	2.8761	2.9280	2.9786
53	1.7767	1.8956	2.0050	2.1067	2.2021	2.2921	2.3774	2.4588	2.5365	2.6111	2.6829	2.7522	2.8191	2.8838	2.9467	3.0077	3.0671	3.1249	3.1813	3.2363
55	1.9245	2.0533	2.1718	2.2820	2.3853	2.4827	2.5752	2.6633	2.7475	2.8284	2.9061	2.9811	3.0536	3.1237	3.1918	3.2579	3.3222	3.3849	3.4459	3.5056
57	2.0796	2.2177	2.3457	2.4647	2.5763	2.6816	2.7815	2.8766	2.9676	3.0549	3.1389	3.2199	3.2981	3.3739	3.4474	3.5188	3.5883	3.6560	3.7219	3.7863
59	2.2392	2.3890	2.5269	2.6551	2.7753	2.8887	2.9963	3.0988	3.1968	3.2908	3.3813	3.4685	3.5529	3.6345	3.7137	3.7906	3.8654	3.9383	4.0094	4.0788
61	2.4061	2.5671	2.7153	2.8531	2.9822	3.1041	3.2197	3.3298	3.4351	3.5362	3.6334	3.7272	3.8178	3.9055	3.9906	4.0732	4.1537	4.2320	4.3083	4.3829
63	2.5735	2.7522	2.9110	3.0587	3.1972	3.3279	3.4517	3.5698	3.6827	3.7911	3.8953	3.9958	4.0929	4.1870	4.2782	4.3668	4.4530	4.5370	4.6188	4.6988
65	2.7594	2.9441	3.1140	3.2720	3.4231	3.5599	3.6925	3.8181	3.9396	4.0554	4.1619	4.2745	4.3784	4.4790	4.5766	4.6714	4.7636	4.8534	4.9410	5.0265
67	2.9459	3.1430	3.3244	3.4931	3.6512	3.8004	3.9419	4.0768	4.2057	4.1294	4.4484	4.5632	4.6742	4.7816	4.8257	4.9869	5.0854	5.1813	5.2748	5.3660
69	3.1389	3.3493	3.5422	3.7219	3.8904	4.0494	4.2001	4.3418	4.4812	4.6130	4.7399	4.8622	4.9803	5.0948	5.2058	5.3136	5.4185	5.5207	5.6203	5.7175
71	3.3394	3.5618	3.7674	3.9585	4.1377	4.3063	4.4672	4.6204	4.7761	4.9063	5.0412	5.1713	5.2970	5.4187	5.5168	5.6515	5.7630	5.8717	5.9776	6.0811
73	3.5446	3.7818	4.0000	4.2030	4.3933	4.5728	4.7431	4.9051	5.0635	5.2093	5.3525	5.4900	5.6241	5.7534	5.8787	6.0005	6.1189	6.2343	6.3468	6.4566
75	3.7574	4.0088	4.2402	4.4543	4.6570	4.8473	5.0278	5.1998	5.3641	5.5221	5.6739	5.8201	5.9618	6.0988	6.2317	6.3692	6.4563	6.6086	6.7278	6.8442
77	3.9769	4.2430	4.4879	4.7156	4.9291	5.1305	5.3215	5.5036	5.6776	5.8447	6.0053	6.1603	6.3100	6.4550	6.5957	6.7323	6.8652	6.9946	7.1208	7.2440

8.2.2 – EQUACOES UTILIZADAS

Nos trabalhos florestais, mais precisamente nos inventários, é mais pratico e se construir tabelas de volume através de equações já testadas.

Entre as equações mais indicadas para construção de tais tabelas, destacam-se (34):

a) equações aritméticas não formais

Nasslund	$V = a + b D^2 + c D^2 H + d H^2 + e DH^2$
Compreensiva	$V = a + b D + c D H + d D^2 + e H + f D^2 H$
Meyer Modificada	$V = a + b D + c DH + d D^2 + e D^2H$
Australiana	$V = a + b D^2 + c H + d D^2H$
Variável Combinada	$V = a + b D^2H$
Fator de Forma Constante	$V = a D^2H$

b) Equações aritméticas

Variável combinada formal	$V = a + b K + c D^2H + d K \cdot D^2H$
Forma reduzida	$V = a + b K \cdot D^2H$

c) Equações logaritmicas não formais

Schumacher	$\log V = \log a + b \log D + c \log H$
Dwight	$\log V = \log a + b \log D + (3 - b) \log H$
Variável combinada logarítmica	$\log V = \log a + b \log (D^2H)$

d) Logarítmicas formais

Variável combinada logarítmica formal	$\log V = \log a + b \log(KD^2H)$.

e) Recíprocas

Takata	$V = D^2H / (a + b D)$
	$V = D^2 / (a + b/H)$
	$V = D^2 / (a + b/ H + c/H^2)$
	$V = D^2 / (a + b H + c H^2)$

8.2.3 – CRITÉRIOS PARA ESCOLHA DA MELHOR EQUAÇÃO

Entre os critérios adotados para escolha da melhor equação, destacam-se os seguintes (2):

a) Coeficiente de determinação (R^2);
b) Erro padrão residual (EPR);
c) Distribuição uniforme dos valores residuais;
d) Índice de Furnival;
e) Facilidade de aplicação da equação.

Os critérios a, b e c, são usados para equações de mesma natureza, isto é, as variáveis utilizadas são da mesma origem.

O coeficiente de determinação é definido como a razão entre a soma de quadrados devido á regressão e a soma de quadrados totais, corrigidos para a média.

O erro padrão residual é uma medida de dispersão entre os valores reais detidos pela cubagem rigorosa, e os estimados pela regressão.

A distribuição uniforme dos resíduos significa que a diferença entre os valores reais e os estimados deve ser homogênea.

O índice de FURNIVAL (20) permite a comparação de equações volumétricas de diferentes naturezas.

Segundo SALAZAR (43), o cálculo de tal índice se efetua em três etapas:

1ª) O E. P. R. é obtido do ajuste da regressão em consideração.

2ª) Com auxilio de logaritmos, calculam-se as médias geométricas das derivadas das diferentes variáveis dependentes.

Quando a variável dependente (V) não é transformada, implica numa derivada igual a 1, sendo que o índice de Furnival é simplesmente o EPR.

Quando a variável dependente é transformada (log de V), a derivada será V^{-1}. Sendo que a média geométrica é obtida com o inverso de:

$$anti \log \frac{\sum \log V^{-1}}{n}$$

onde n é o úmero de observações.

3ª) cada EPR é multiplicado pelo inverso da média geométrica calculada, quando se trabalha com logaritmos neperianos, pois no caso de se usar logaritmos naturais, deve-se multiplicar tal resultado por $(\log e)^{-1}$, de acordo com a correção feita por Furnival (20).

Em sua forma de aplicação, tal índice é dado por:

$$IF = [F'(V)]^{-1} \cdot EPR \quad \text{ou}$$

$$IF = [F'(V)]^{-1} \cdot EPR \cdot (\log e)^{-1}$$

A equação que apresentar o menor índice de Furnival, será a selecionada para a construção da tabela de volume.

No caso de ser selecionada uma equação de forma logarítmica, deve-se fazer a correção para a discrepância logarítmica proposta por MEYER (37).

Tal fator de correção deve multiplicar a equação selecionada, sendo que o mesmo é dado por:

$$d.1 = 10^{1,1513}\ \sigma^2$$

onde; 1 = discrepância logarítmica

σ^2 = quadrado do erro padrão residual.

A facilidade de aplicação da equação, refere-se a quantidade de variáveis que a mesma possui, bem como a facilidade de mensurar tais variáveis com exatidão. Assim sendo, deve-se selecionar as equações que possuem menor número de variáveis, desde que os critérios admitidos anteriormente não tenham sido suficientes para selecionar uma boa equação.

Equações selecionadas para espécies de um dado local, podem ser empregadas em outras espécies de outros locais, desde que obedeçam as normas propostas por FREESE (19), na aplicação do teste de x^2 (qui-quadrado).

8.2.4 – MÉTODO DAS ÁRVORES MODELO

Como se viu no começo deste capitulo, o volume de uma árvore é dado por:

$$V_P = g \cdot h \cdot f$$

então o volume do povoamento poderá ser expressado por:

$$V_P = G \cdot Hm \cdot fm$$

onde : V_P = volume do povoamento

G = área basal total

Hm = altura média

fm = fator de forma médio.

A determinação desta G é feita por qualquer um dos critérios já mencionados. Agora no que se refere a altura e forma, as operações tornam-se mais trabalhosas e menos precisas.

Por esse motivo é que se toma árvores ditas modelos, designação esta que se estende para todos os métodos de cubagem baseados nessas árvores.

O que se faz geralmente é se dividir as árvores em classes de diâmetros, caracterizadas pela referida freqüência, nas quais estimar-se-á a altura e forma média, obtendo-se assim um volume para tal classe ou grupo de classes.

No método de seleção de tais árvores, deve-se observar dois pontos importantes:

1. é conveniente eleger vários tipos de árvores para cada classe diamétrica, a fim de determinar com maior precisão o diâmetro médio.
   Para tal caso pode considerar quaisquer árvores das dominantes, mas que não seja exageradamente grande, ou possua bifurcações, tronco retorcido, etc.;
2. ter cuidado na escolha de tais arvores, quando o fator de forma for considerado, pois, árvores de mesma espécie, idade, diâmetros e alturas semelhantes, tendem a ter um coeficiente de forma semelhante, e em se tratando de um povoamento onde ocorra quaisquer variações, o fator também é variável entre as árvores.

Os métodos baseados nas árvores modelos são subdivididos em três:

a – métodos que consideram classes diamétricas;

b – os que se utilizam de tais árvores distribuídas por classes ou grupos de classes proporcionalmente às respectivas freqüências, ou as áreas basais totais;

c – os que consideram um só grupo de árvores modelos.

Na prática a altura média e o coeficiente de forma médio, são calculados somente numa árvore modelo por classe diamétrica, isto é, determina-se o diâmetro médio da classe, e a árvore que apresentar tal diâmetro, será considerada como modelo para a referida classe e será cubada rigorosamente.

Baseado nas árvores modelos, cinco métodos merecem destaque:

a) MÉTODO DE DRAUDT

Este método utiliza o número total (Q) de árvores modelo, repartido pelas classes de diâmetro proporcionalmente às respectivas freqüências (22).

Então conhecendo-se o diâmetro médio por classe, cubicam-se as árvores com esse diâmetro, ou que se suponha te-lo, e depois emprega-se a fórmula:

$$V = \frac{N}{Q}\left(\overline{G_1}H_1\sum_{j}^{q_1}F_{1j} + ...+\overline{G_m}H_m\sum_{j}^{q_m}F_{mj}\right)$$

onde: V = volume do povoamento;

N = número total de árvores do povoamento;

Q = número de árvores modelo repartida pelas classes de diâmetro proporcionalmente às freqüências;

$\overline{G_1},...\overline{G_m}$ = valor médio da área basal da classe diamétrica;
$H_1,...H_m$ = altura da classe diamétrica;
q_1, $q_2....q_n$ = número de árvores modelos em cada classe;
F_{ij} com i = 1, 2, 3 ..... m e j = 1, 2, 3 ..... q = coeficiente de forma da árvore modelo genérica da referida classe diamétrica.

A exatidão dos resultados depende, em grande parte do número de árvores modelos medidas, sendo que, às vezes, uma única árvore modelo poderá dar bons resultados, desde que ela realmente represente a árvore média da classe diamétrica, o que na prática é difícil, mas não impossível.

b) MÉTODO DE URICH

Este é um método bem parecido com o anterior. A diferença está no fato de que, o número de árvores por grupo ou classe diamétrica é constante. Geralmente se emprega 2 a 5 árvores por classe (22).

A fórmula utilizada é semelhante ao método de Draudt, porém, simplificada, pois:

$$n_1 = n_2 = n_3 = ... = n_m = (N/m)$$
$$q_1 = q_2 = q_3 = ... = q_m = (Q/m)$$

Os erros percentuais que podem ocorrer neste método, estão na faixa de ± 10%.

c) MÉTODO DE HARTIG

A diferença deste método em relação aos anteriores, é que se considera grupos de iguais áreas basais. Se fundamenta em que, como o volume aumenta rapidamente com o aumento do diâmetro, resulta que uma árvore modelo em um grupo constituído por árvores de diâmetros menores, representa um volume menor que outro grupo onde as árvores têm maiores diâmetros (22).

Este método considera ainda que o número de árvores modelos referentes a um grupo é igual a qualquer outro grupo. A fórmula de cálculo deste método é a seguinte:

$$V = \frac{G}{m}\left(H_1F_1 + ... + H_nF_n\right) = \frac{G}{m}\sum_{i=1}^{n} H_iF_i$$

que é também representada por:

$$V = GHF$$

sendo HF = altura formal do povoamento,

onde:

$$H_F = \frac{H_1F_1 + H_2F_2 + ... + H_nF_m}{m}$$

A simbologia é a mesma adotada nos métodos anteriores.

Quando os grupos envolvem grande número de classes de diâmetro, a precisão do método é bem afetada.

d) MÉTODO DE HOSSFELD

Este método não obedece a freqüência de distribuição de árvores modelo por classe, pois o número destas árvores a ser considerado, independe do número de árvores por classe (22).

Este é um método bem trabalhoso e envolve as seguintes operações:

1ª – medição do DAP de todas as árvores em pé, do povoamento a ser cubado;

2ª – agrupamento por classes de diâmetro, determinando respectivamente a área basal e o diâmetro médio da classe;

3ª – estimação das alturas médias correspondentes aos diâmetros médios, por curvas hipsométricas ou medição direta da árvore modelo;

4ª – cubagem da árvore modelo para determinar o fator de forma.

Adotando a mesma simbologia anterior, a fórmula é dada por:

$$V = \frac{G_1H_1\left(\sum_j F_{1j}\right)}{q} + \frac{G_2H_2\left(\sum_j F_{2j}\right)}{q} + ... + \frac{G_mH_m\left(\sum_j F_{mj}\right)}{q}$$

Os resultados mais precisos deste método estão em torno de 2 a 3% de erro, embora ocorra uma variação de ± 10% de acordo com DI TELLA e PATRONE citados por GOMES (22).

e) MÉTODO DA ÁRVORE MODELO ÚNICA

Neste caso as árvores são reunidas em um só grupo. Por vantagens práticas este deveria ser o método adotado, mas quando ocorre uma grande variação diametral, os erros são sensivelmente superiores aos métodos anteriores, atingindo até cifras de ± 20%.

Conhecendo o valor médio de V do volume de todas as árvores do povoamento, em número de N, o volume total seria:

$$V = NV$$

Se os diâmetros das árvores forem semelhantes, a cubagem da árvore modelo de diâmetro médio, dará bons resultados através da fórmula:

$$V = GHF$$

Quando a altura média provém de uma curva hipsométrica, tem-se:

$$V = GH\left(\frac{\sum_{jj} F_i}{Q}\right)$$

Mas na realidade, considerando-se a precisão dos métodos baseados em tabelas, os que se referem às árvores modelos deixam de serem empregados, quando se dispõe de tabelas em mãos.

9. – RELASCOPIA

9.1 – RELASCÓPIO (RELASCÓPIO DE ESPELHO DE BITTERLICH)

Como viu-se no capítulo 4, o método empregado por Bitterlich apresentava a desvantagem de não poder ser aplicado em terrenos com mais de 7% de declividade, visto que esta pode alterar os resultados finais.

Baseado no mesmo princípio o próprio Bitterlich desenvolveu um aparelho ótico, chamado de Relascópio de Espelho (Spiegel – Relaskop), que permite aplicar com maior exatidão os princípios anteriores, além do próprio instrumento corrigir o efeito da declividade, podendo-se assim trabalhar em qualquer tipo de terreno.

O relascópio de espelho (Figura 84) é constituído basicamente de:

a) Ocular;

b) Objetiva;

c) Placa metálica que controla a intensidade de luminosidade dentro do aparelho na hora de manuseio;

d) Três janelas de iluminação;

e) Botão do pêndulo que controla o movimento das escalas interiores;

f) Rosca de parafuso do tripé.

Através da ocular são observadas nove escalas, dispostas em faixas verticais brancas (Figura 85).

O manuseio do instrumento é feito da seguinte maneira:

Segura-se o instrumento com a mão direita, de maneira que as janelas de iluminação não fiquem recobertas pela mão, enquanto que o botão do pêndulo deve ser acionado com auxílio do dedo médio. Então, aproxima-se a ocular até o olho direito colocando a mão esquerda sobre a direita para que o sistema instrumento operador fique bem fixo (7), (Figura 86).

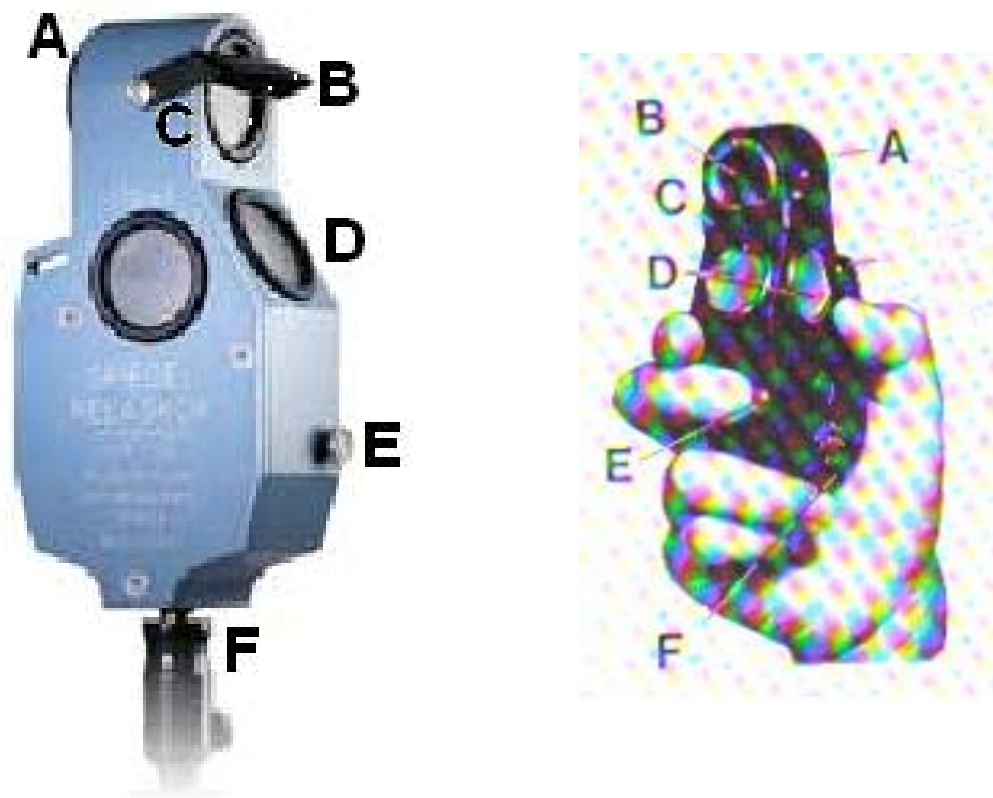
Em operações demoradas, aconselha-se apoiar o aparelho sobre uma estaca ou bastão cravado ao solo. Este tipo de proteção pode ser conseguido encostando-se a mão ou aparelho em uma árvore. Mas a maior estabilidade é conseguida quando se usa um tripé próprio do instrumento apoiado sobre o solo (Figura 87).

A – Ocular; B – Objetiva; C – Placa metálica; D – Janelas de iluminação; E – Botão do pêndulo; F – Rosca de parafuso do tripé.

Figura 84. Relascópio de espelho

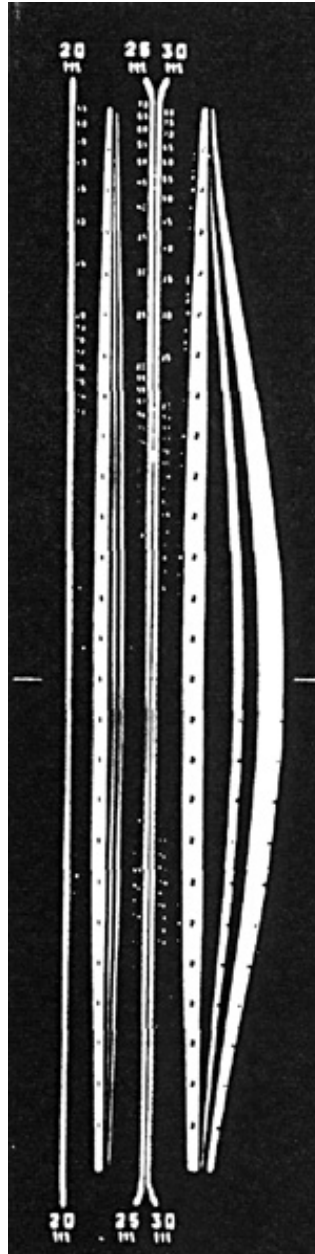



Figura 85 – Vista geral das escalas projetadas sobre um plano. Da esquerda para a direita: escala hipsométrica para 20 metros de distância horizontal, escala de numeração ou banda 1, escala de numeração das 4 bandas estreitas que juntas com 1, formam a banda 4, escala dupla hipsométrica para 25 e 30 metros de distância, escala de numeração ou banda 2 e escalas de distâncias horizontais fixas de 30, 25, 20 e 15 cm.

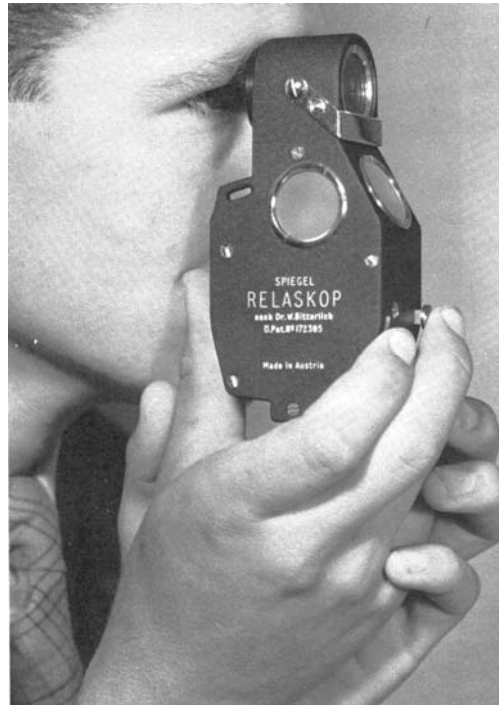



Figura 86. Posição correta de se manusear o Relascópio de Espelho.

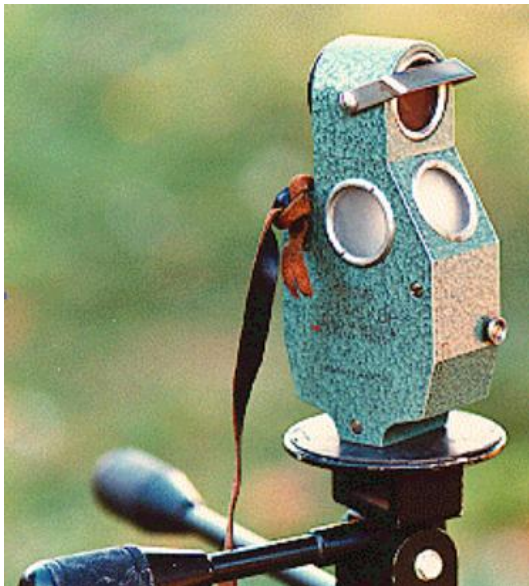



Figura 87. Relascópio montado sobre tripé fotográfico com coluna ascendente e cabeça articulada, mostrando a correta posição para as medições. A vertical que passa pelo olho do observador forma um ângulo com a distância horizontal "a" que vai até o centro da árvore.

No ato das medições o olho esquerdo deve permanecer aberto para controlar a observação e medição dos objetos.

Ao se olhar através da ocular do instrumento, visando-se as árvores, observa-se dois campos em forma de semicírculo. Através do semicírculo superior observa-se diretamente os objetos, enquanto que na parte inferior notam-se as escalas. Na região em que os dois semicírculos se delimitam, é onde devem ser tomados os valores. Esta linha que divide os dois semicírculos é chamada de linha de leitura ou pontaria (Figura 88).

Comprimindo-se o botão do pêndulo, este é posto em liberdade, pois sobre o mesmo estão marcadas as escalas, que entram num movimento oscilatório que será freado tão logo o botão seja libertado. No ato de se frear as escalas, deve-se cumprir e soltar o botão alternadamente até que se consiga o repouso das mesmas, para que estas não sejam freadas ainda em movimento.

Depois de freadas as escalas, faz-se as leituras dos valores sobre a linha de leitura. Em locais onde a luminosidade é excessiva, usa-se a placa metálica para obscurecer as escalas.

As nove escalas vistas através da ocular (Figuras 84, 88), são basicamente divididas em três grupos:

a) escalas de numeração;

b) escalas de distâncias;

As constantes instrumentais (K) iguais a 1 e 2 são gravadas sobre uma faixa apropriada (banda), correspondendo, portanto, às denominadas “banda 1” e “banda 2”. Ao lado da banda 1, aparecem quatro faixas estreitas (duas brancas e duas negras), chamadas banda dos quatro quartos, que somadas com a banda 1, tem-se o K = 4.

Note-se que agora o número de faixas úteis é onze e não nove, uma vez que as duas faixas negras também são consideradas.

Ocorrem casos em que se precisa trabalhar com apenas um quarto da banda 1, devendo-se utilizar o valor de K = 1/16. Para duas bandas K = ¼, três bandas K = 9/16. A combinação da faixa 1 com uma, duas ou três quartos das faixas indica valores de K iguais a respectivamente: 25/16, 36/16 e 49/16.

O cálculo dos valores de K é feito da seguinte maneira:

sabe-se que o postulado de Bitterlich é expresso por:

$$G = K \cdot N$$

Sendo $K = 10^4 \cdot \frac{1}{4} (D/R)^2$

onde $D/R = d/L$

que representa a relação entre o DAP da árvore e a distância do centro de numeração ao centro da árvore, dando pois a largura da banda.

Então para K = 1, tem-se:

$$1 = 10^4 \cdot \frac{1}{4} (D/R)^2$$

$$\frac{D}{R} = \frac{1}{50}$$

sendo esta a largura da banda 1, onde o R equivale 50 diâmetros.

Para a banda 2, cujo K = 2, tem-se:

$$2 = 10^4 \cdot \frac{1}{4} (D/R)^2$$

$\frac{D}{R} = \frac{1}{50} \cdot \sqrt{2}$, onde R equivale a 35,35 diâmetros.

Para a banda 4, cujo K = 4, tem-se:

$$4 = 10^4 \cdot \frac{1}{4} (D/R)^2$$

$$D/R = 1/50 \cdot 2$$

onde R equivale a 25 diâmetros.

Mas como a banda 4 é a junção da banda 1 mais 4 listas adjacentes a ela, é lógico que se pode utilizar também estas listas isoladamente ou em junção com a banda 1.

Exemplo: usando-se uma lista, sua largura é D/R = (¼ /50), pelo fato de que esta representa ¼ do total das 4 listas. Então seu valor será dado por:

$$\frac{D}{R} = \left(\frac{\frac{1}{4}}{50} \right) = \frac{1}{200}$$

substituindo na fórmula K = $10^4 \cdot (1/4) \cdot (D/R)$, encontra-se o seguinte valor de K:

$$K = 10^4 \cdot \frac{1}{4} (1/200)^2 = 1/16$$

Usando-se 2 listas tem-se:

$$\frac{D}{R} = \frac{2}{4} : 50 = \frac{1}{100} \quad \text{cujo K} = \frac{1}{4}$$

Usando-se 3 listas, tem-se:

$$\frac{D}{R} = \frac{3}{4} : 50 = \frac{3}{200} \quad \text{cujo K} = \frac{9}{16}$$

Pode-se usar também a banda 1 mais qualquer número de lista. Exemplo:

Usando-se a banda 1 + 1 lista, tem-se:

$$\frac{D}{R} = \frac{1}{50} + \left(\frac{1}{4} \Big/ 50 \right) = \frac{5}{4} \Big/ 50 = \frac{5}{200}$$

que dá um K = $\frac{25}{16}$

Usando-se a banda 1 + 2 listas, tem-se:

$$\frac{D}{R} = \frac{1}{50} + \left(\frac{2}{4} \Big/ 50 \right) = \frac{6}{4} \Big/ 50 = \frac{6}{200}$$

que dá um K = $\frac{36}{16}$

Usando-se a banda 1 + 3 listas, tem-se:

$$\frac{D}{R} = \frac{1}{50} + \left(\frac{3}{4} \Big/ 50 \right) = \frac{7}{4} \Big/ 50 = \frac{7}{200}$$

que dá um K = $\frac{49}{16}$

O valor da banda 1 + 4 listas é o próprio K = 4.

Figura 88. Vista geral dentro do Relascópio de Espelho; a linha de leitura ou pontaria separa os dois semicírculos.

9.2 – ESTIMAÇÃO DA ÁREA BASAL AO NÍVEL DO DAP E NÚMERO DE ÁRVORES (N)

Como o Relascópio de espelho foi baseado no Postulado de Bitterlich, o cálculo da área basal por hectare, obedece o mesmo princípio da Barra de Bitterlich.

Ao ângulo de visada constante relativo a banda 1 (K = 1), corresponde a seguinte proporção; largura do objeto (d): Distância do observador ao centro do objeto (R) = 1:50. Para a banda 2 (K = 2) corresponde a proporção de 1:35,35 e para a banda 4 (K = 4) corresponde a proporção de 1:25.

Se, por exemplo, em uma PNA, são contadas 20 árvores que se apresentam superiores a largura da banda 1, a área basal/ha será:

$$G = N \cdot K$$

$$G = 20 \cdot 1 = 20 \text{ m}^2/\text{ha}$$

Da mesma maneira se emprega as bandas 2 e 4. Geralmente quando se executa uma PNA, podem aparecer árvores que deixam o operador indeciso, isto é, sem saber se esta deve ser contada ou não. A este tipo de problema, chama-se Árvore Limite, pois esta tem 50% de chance de ser contada e 0% de chance de não ser.

Nestes casos o observador deve proceder da seguinte maneira: mede a circunferência da árvore a 1,30 m (CAP e não DAP, pois em árvores de secções

irregulares o diâmetro obtido poderia não ser o médio) e transforma-a em DAP, medindo-se também a distância horizontal (R) do observador até a árvore, com uma fita ou trena.

Sabendo-se as proporções de K = 1, K = 2 e K = 4, calcula-se a distância máxima em que a árvore seria contada. Admitindo-se, por exemplo, que o DAP de uma árvore em dúvida é de 40 cm e que esta árvore foi visada com um K = 1. Então a distância (R) será igual a 50 x 40 = 2000 cm = 20 m. Se a distância (R_1) medida for menor que 20 m, a árvore será contada, se foi maior será desprezada.

No cálculo do número (N) de árvores, obedece também o mesmo princípio da Barra, onde se mede a área seccional da árvore i contada e relaciona-a com a constante instrumental para se obter o N.

$$N = (K/g_i) = K\ (1/g_1 + 1/g_2 + 1/g_3 + ... + 1/g_n)$$

sendo $N_t = \sum N$

9.3 – ÁREAS BASAIS A VÁRIAS ALTURAS

Como o aparelho corrige o efeito da declividade, pode-se calcular áreas basais a várias alturas, como por exemplo a 1,3 m; 2,3 m; 3,3 m; 4,3 m de altura e assim sucessivamente, permitindo o conhecimento da forma do fuste, que pode ser útil quando se quer determinar o conteúdo madeireiro de um povoamento. Para se conseguir estas áreas basais, precisa-se colocar junto a árvore contada na PNA, um ajudante munido de uma vara que possui marcas coloridas nas referidas alturas requeridas, que é colocada ao lado da árvore, servindo de padrão. Então o observador solta o botão do pêndulo e visa a árvore na determinada altura com um K escolhido e obedece os mesmos princípios de contagem com a Barra. O número de árvores contadas multiplicadas pelo K, dará a área basal/ha naquela referida altura.

9.4 – ÁREA BASAL POR CLASSE

Pelo mesmo princípio de Bitterlich pode-se calcular a área basal por classe. Para isto é preciso que um ajudante meça o DAP de cada árvore contada e a registre em um quadro que contenha o limite de cada classe. Então, a área basal por classe será dada pela multiplicação da média do número de árvores contadas nas diferentes PNA, dentro dos limites estabelecidos, pela constante K. Desta maneira se tem condições de separar as espécies e classe dentro de cada espécie de povoamentos heterogêneos.

9.5 – CÁLCULO DA DISTÂNCIA DE UM OBJETO

A medição das distâncias horizontais com o relascópio constitui uma grande vantagem, porque esta é automaticamente corrigida para uma projeção plana. Esta distância pode ser calculada com auxílio de uma base horizontal ou vertical (26).

9.6 – DISTÂNCIA COM A BASE HORIZONTAL

Neste caso, deve-se utilizar exclusivamente a banda 4 (K = 4). O princípio de medição baseia-se na relação da largura do objeto e a distância radial. Quando a banda 4 cobrir toda a largura da base utilizada, ou parte desta, a distância horizontal será dada por 25 vezes a largura da base. Pode-se utilizar um auxiliar segurando uma régua em posição horizontal (Figura 89) e este deverá por uma de suas mãos onde coincidir com a banda 4 vista no Relascópio. É claro que o observador que está com o Relascópio deverá dizer onde ocorre a coincidência.

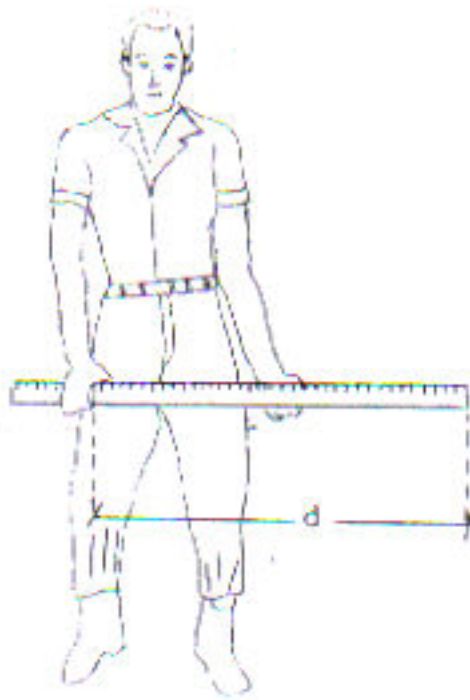



Figura 89. Base horizontal utilizando uma régua

Se por exemplo, na Figura 90 a coincidência ocorreu em um d = 1,40 m a distância (D) do observador até o auxiliar será dada por:

$$D = 25 \cdot d$$

$$D = 25 \cdot 140 \text{ cm} = 3500 \text{ cm}$$

$$D = 35 \text{ metros}$$

Neste caso pode-se usar também calibre ou escalas semelhantes, cuja largura será multiplicada por 25, a precisão das leituras não deverá passar da casa dos centímetros.

9.7 – DISTÂNCIA COM A BASE VERTICAL

O relascópio traz consigo uma base de 2 metros de comprimento, sendo que no meio desta existe uma marca em forma de losango (Figura 90). Esta escala deve ser fixada ao tronco da árvore por um pino, procurando-se sempre que possível deixar a marca em forma de losango deixa-la ao nível do DAP. No caso de não se possuir a referida base à disposição, pode-se usar uma vara ou régua, fixada por pregos ou algo semelhante, mas sempre colocando uma marca no centro da base eqüidistante de 1 m de cada extremo.

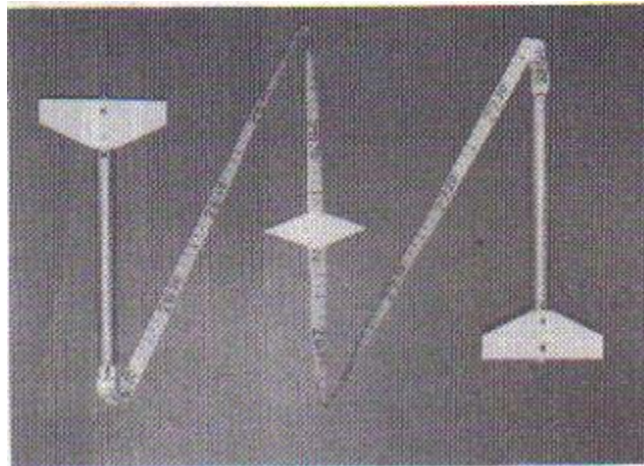



Figura 90. Base vertical de 2 metros (dobrada) do Relascópio.

Com a base fixada na árvore, o observador escolhe arbitrariamente uma das distâncias marcadas no aparelho (15, 20, 25 e 30 m) que servirá de base para o seu trabalho. Vale salientar que esta escolha independe da inclinação do terreno. Então, o observador se afasta da árvore até uma distância mais ou menos igual a por ele escolhida. Chegando a este ponto, ele comprimindo o botão do pêndulo, visa pela linha de leitura a marca central da base. Feito isto, e as escalas estabilizadas, ele solta o botão do pêndulo, tendo, pois corrigido a declividade do terreno.

A seguir toma-se o Relascópio na posição horizontal (giro de 90° no sentido contrário aos ponteiros do relógio), e traz a ocular do aparelho ao olho direito (Figura 91). Para determinar a distância, faz-se coincidir o inferior da marca 2 (marcada com a palavra UNTEN) com a marca inferior da base e vai afastando-se até que coincide com a linha marcada na distância por ele escolhida, 15, 20, 25 ou

30 m. Neste ponto onde houver a coincidência o observador estará a distância escolhida para executar o seu trabalho (Figura 91).

Figura 91. Imagem vista no Relascópio a uma distância de 20 metros.

9.8 – ESTIMAÇÃO DA ALTURA DE UMA ÁRVORE

O Relascópio possui as escalas hipsométricas, que podem ser utilizadas a distâncias de 20, 25 ou 30 m, nas quais a altura da árvore é lida. Leituras feitas na distância de 15 metros devem ser feitas na escala de 30 m, sendo que o resultado final é dividido por 2. Portanto, a distância deve ser escolhida de maneira que se tenha uma boa visão da árvore, da base ao topo da copa.

O observador coloca-se na distância por ele escolhida e destravando-se o botão no pêndulo ele faz coincidir a linha de leitura com o ápice da árvore. Neste ponto quando a escala estiver parada, ele solta o botão, travando a escala e faz a leitura do valor observado, anotando-a. Depois, comprimindo novamente o botão do pêndulo, ele visa a base da árvore e procede da mesma maneira como procedeu para o ápice, anotando a nova leitura. Se esta for menor que zero, soma-se a anterior e, se for maior, subtrai-se.

Exemplo:

1 – Leitura do ápice = 23 m;
Leitura da base = 2,5 m;
Altura da árvore = h = 23 – (-2,5) = 25,5 m.

2 – Leitura do ápice = 23 m;
Leitura da base = + 2 m;
Altura da árvore = h = 23 – (+2) = 21 m.

Este segundo caso geralmente ocorre quando o observador está em posição abaixo da base da árvore, por motivos de inclinação do terreno. O inverso também pode ocorrer, isto é, o observador estar acima do ápice da árvore. Neste caso ele deverá proceder da seguinte maneira:

Leitura do ápice = -2 m;
Leitura da base = 18 m;
Altura da árvore = h = -2 – (-18) = 16 m.

Estes cálculos anteriores referem-se a quando o observador está em uma distância pré-determinada no Relascópio, isto é, 15, 20, 25 ou 30 m.

9.9 – ESTIMAÇÃO DA ALTURA DA ÁRVORE A QUALQUER DISTÂNCIA

Ocorrem casos em que uma das distâncias marcadas no Relascópio não permitem uma boa visão total da árvore, o que força o observador a proceder a determinação da altura da árvore de outra distância qualquer. Neste caso ocorre um erro que poderá ser corrigido pela seguinte fórmula:

$$h = h_1 \cdot (L_1/d)$$

onde:

h = altura real da árvore;
h_1 = altura aparente determinada pela escala hipsométrica usada;
L_1 = distância da árvore ao operador;
d = distância especifica da escala usada.

A uma distância (L_1) de 18 m a escala de 20 m indica uma altura de 14 m. A altura real da árvore será:

$$h = 14 \cdot (18/20) = 12{,}6 \text{ m}$$

9.10 – DETERMINAÇÃO DA ALTURA MÉDIA SEGUNDO LOREY

Da mesma forma que a média aritmética não tem significado prático para o cálculo do diâmetro médio de um povoamento, a média aritmética das alturas obtidas em um povoamento, não pode ser usada para calcular o crescimento em altura ou volume do povoamento. O que é geralmente utilizado na Dendrometria, é a média das alturas das árvores que possuem o diâmetro médio da população.

Acontece que por sua praticidade a altura média, segundo LOREY, é mais usada, pois a mesma é a altura média das árvores, ponderadas segundo as secções transversais das mesmas. Neste método cada árvore contribui em proporção com sua altura multiplicada pela sua área seccional, isto é, em proporção ao seu volume.

Mas com o princípio de PNA de Bitterlich, o cálculo da altura LOREY, passou a ser a média aritmética da altura das árvores contadas na PNA, pois, a área da parcela circular determinada pela árvore está na relação direta com a secção transversal da árvore (eq. 2). Então a fórmula ficou simplificada da seguinte maneira:

$$H_L = \frac{h_1 + h_2 + h_3 + ... + h_n}{N} = \frac{\sum h_i}{N}$$

onde:

H_L = altura média de LOREY;
h_i = altura da árvore contada;
N = número de árvores contadas.

Sendo assim, cada árvore contada está relacionada diretamente com sua área seccional e a média das alturas dessas árvores será a média ponderada segundo as suas áreas seccionais.

Quando se fazem grandes PNA, segundo Bitterlich, bastam se medir as alturas de cada 2ª, 3ª, 10ª etc, árvore contada nas provas (26).

9.11 – DETERMINAÇÃO DE DIÂMETROS A QUAISQUER ALTURAS

Como o Relascópio corrige o efeito da declividade, estimações de diâmetros a quaisquer alturas podem ser facilmente executadas.

Para este tipo de trabalho usa-se a banda 1 mais as 4 bandas adjacentes, que em conjunto com a banda 1 formam a banda 4. O observador se localiza a 15, 20, 25 ou 30 m da árvore conforme a conveniência para que veja todo o fuste da árvore. A distância em que o observador deve ficar da árvore não deve ser menor que 25 vezes o seu diâmetro, o que necessitaria constantes maiores que 4 e o Relascópio não as possui.

Tabela 15 Valores relativos às larguras das faixas relascópicas.

Faixas (bandas)	Distâncias (m)			
	15	20	25	30
1 faixa estreita	7,5 cm	10 cm	12,5 cm	15 cm
2 faixas estreitas	15	20	25	30
4 faixas estreitas = banda 1	30	40	50	60
banda 1 + 4 faixas estreitas = banda 4	60	80	100	120

O observador visa o fuste na altura desejada (determinada com o próprio Relascópio), e determina os diâmetros comparando-os com as faixas do Relascópio.

Observação: 2 faixas estreitas cobrem a largura em cm, igual ao número de m em distância.

Na Figura 92 pode-se observar esta aplicação. A determinação simultânea dos diâmetros e suas respectivas alturas, permitem determinar o volume da árvore em pé, o que é muito prático que abate-la por segmentos no chão.

No ato das medições dos diâmetros, o botão do pêndulo deve permanecer solto, com a finalidade de que ocorra as correções das larguras das bandas em relação a declividade.

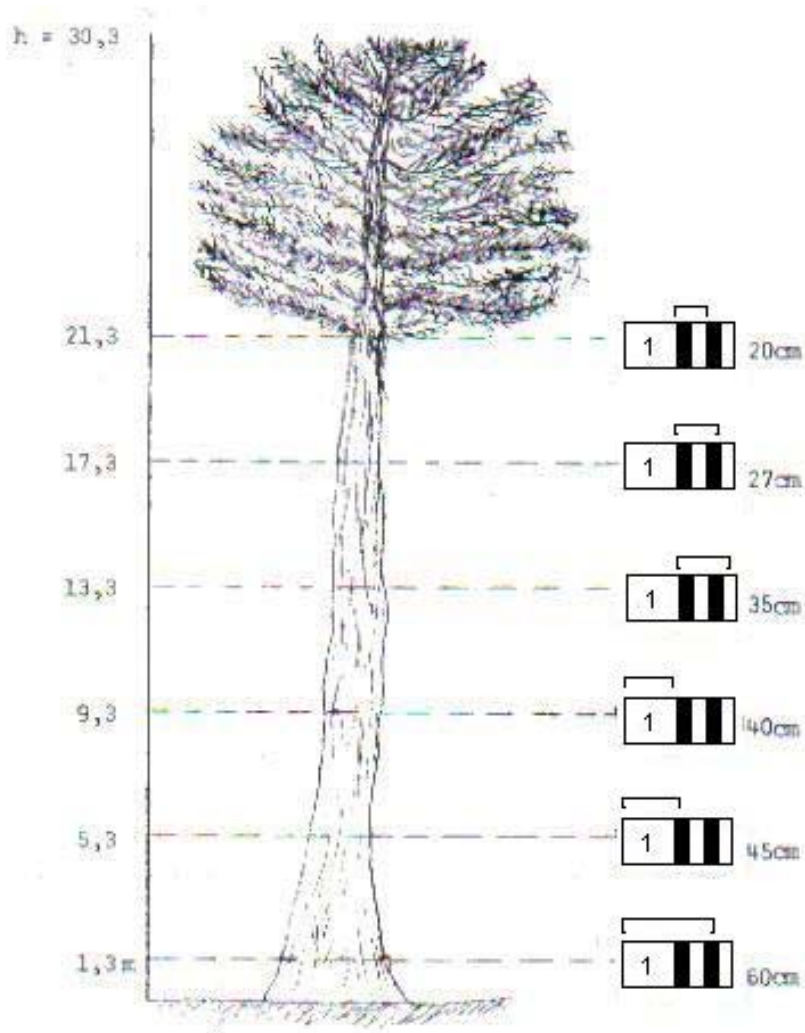



Figura 92. Diâmetro a várias alturas medidas de uma distância de 20 metros.

O último diâmetro medido serve como base para o cálculo do volume do cone, que será adicionado aos volumes dos demais segmentos.

9.12 – ALTURA DE PRESSLER COM O RELASCÓPIO PARA CÁLCULO DO VOLUME

Pressler, em 1887, conceituou este tipo de altura como sendo a altura da árvore num ponto (R) em que seu diâmetro se reduz a metade do DAP (1,30 m). Este tipo de altura é importante, pois em cálculos de volumes de árvores, pode-se dizer que:

$$V = g \cdot \frac{2}{3} \cdot P$$

onde: V = volume da árvore;
g = área seccional;
P = altura de Pressler.

A dedução da fórmula é conseguida baseando-se nos volumes das Figuras geométricas que o tronco da árvore pode tomar, isto é, neilóide, parabolóide e cone (26).

Tendo-se então a fórmula $V = g \cdot \frac{2}{3} \cdot P$

necessário se faz calcular P:

$$P_1 = h_1 + 1{,}30\ m + 0{,}65\ m$$

onde: P = altura de Pressler;
h_1 = distância em m, entre o DAP e DAP/2 (altura diretriz).

Como a primeira medida é tomada no nível do DAP, necessário se faz acrescentar esta altura que é de 1,30 m. O valor de 0,65 m corresponde a distância em que a linha de visada passa pela superfície do solo, projetando-se no subsolo (Figura 93). Basta visar o ponto em que as raízes ainda são visíveis sobre o solo.

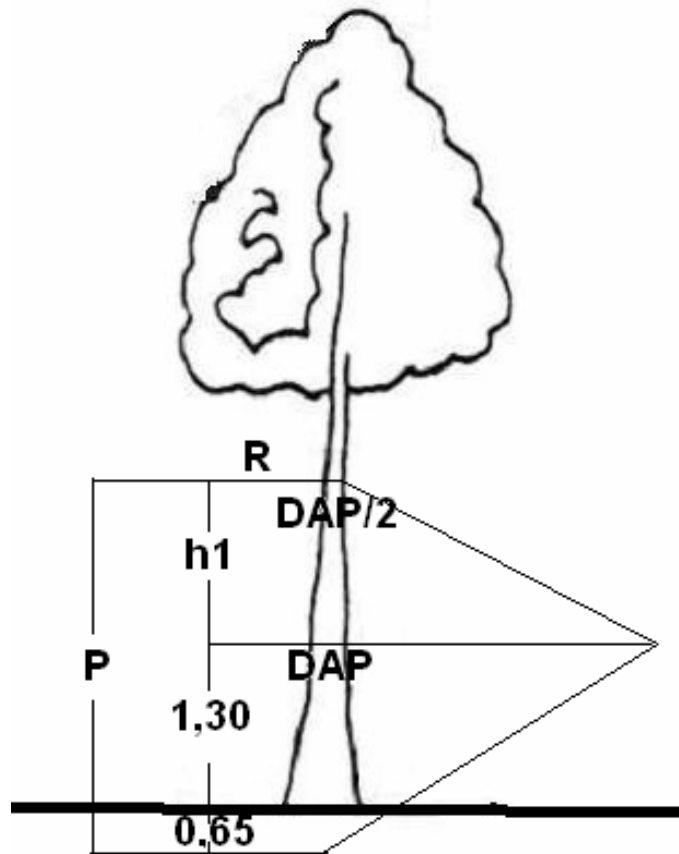



Figura 93. Altura de Pressler.

Para determinar P, o observador fica a uma distância por ele escolhida e determinada com o Relascópio o DAP e o DAP/2, por qualquer combinação de faixas como foi citado anteriormente. Tendo então determinado o ponto R (DAP/2) ele mede a distância desde até o DAP e soma 1,30 m e 0,65 m, tendo assim o valor de P.

Um método bastante prático é o observador ficar em uma distância tal que o DAP fique exatamente enquadrado na banda 4. Então o observador vai subindo a visada até um ponto em que a banda 1 coincida com o diâmetro do tronco, que será DAP/2. Depois faz a leitura da distância entre DAP e DAP/2, faz a correção caso seja preciso e soma 1,30 m mais 0,65 m, tendo assim o valor de P.

Necessário se faz lembrar que no ato das medições o botão do pêndulo deve estar livre.

9.13 – ESTIMAÇÃO DA ALTURA MÉDIA SEGUNDO BITTERLICH – HIRATA

Neste tipo de determinação, ocorre duas diferenças básicas:

a) além da PNA que é feita no sentido horizontal, se faz também uma PNV (prova de numeração vertical);

b) não se precisa medir a altura total da árvore contada, sendo esta uma grande vantagem sobre o método da altura média de LOREY.

Este método foi desenvolvido, independentemente, por Hirata (Japão, 1955) e Essed (Holanda, 1955), embora o método tenha sido denominado com o nome do Hirata (26).

O observador situado em um ponto fixo do povoamento, observa todas as árvores que apresentarem uma altura aparente (Figura 94), superior a 63 m na escala hipsométrica de 25 m no Relascópio pelo mesmo processo de medir altura de uma árvore. Portanto, toda árvore cuja altura aparente for superior a 63 m na escala de 25 m, será contada na PNV. Então a altura média do povoamento será dada pela fórmula:

$$H_h = 100 \cdot \sqrt{\frac{2nn}{N_t}}$$

onde:

H_h = altura média de Hirata;

n = número de árvores contadas na PNV;

N_t = número total de árvores por hectare contada na PNA.

Nota-se que a H_h está diretamente ligada à PNA. Usa-se geralmente nesta PNA um K = 4, e os DAP's medidos com sutas, pois dão bons resultados do N_t.

Em locais onde existe dados corretos sobre o número de árvore por hectare, a PNA pode ser dispensada, pois se tem o N_t correto em dados do povoamento.

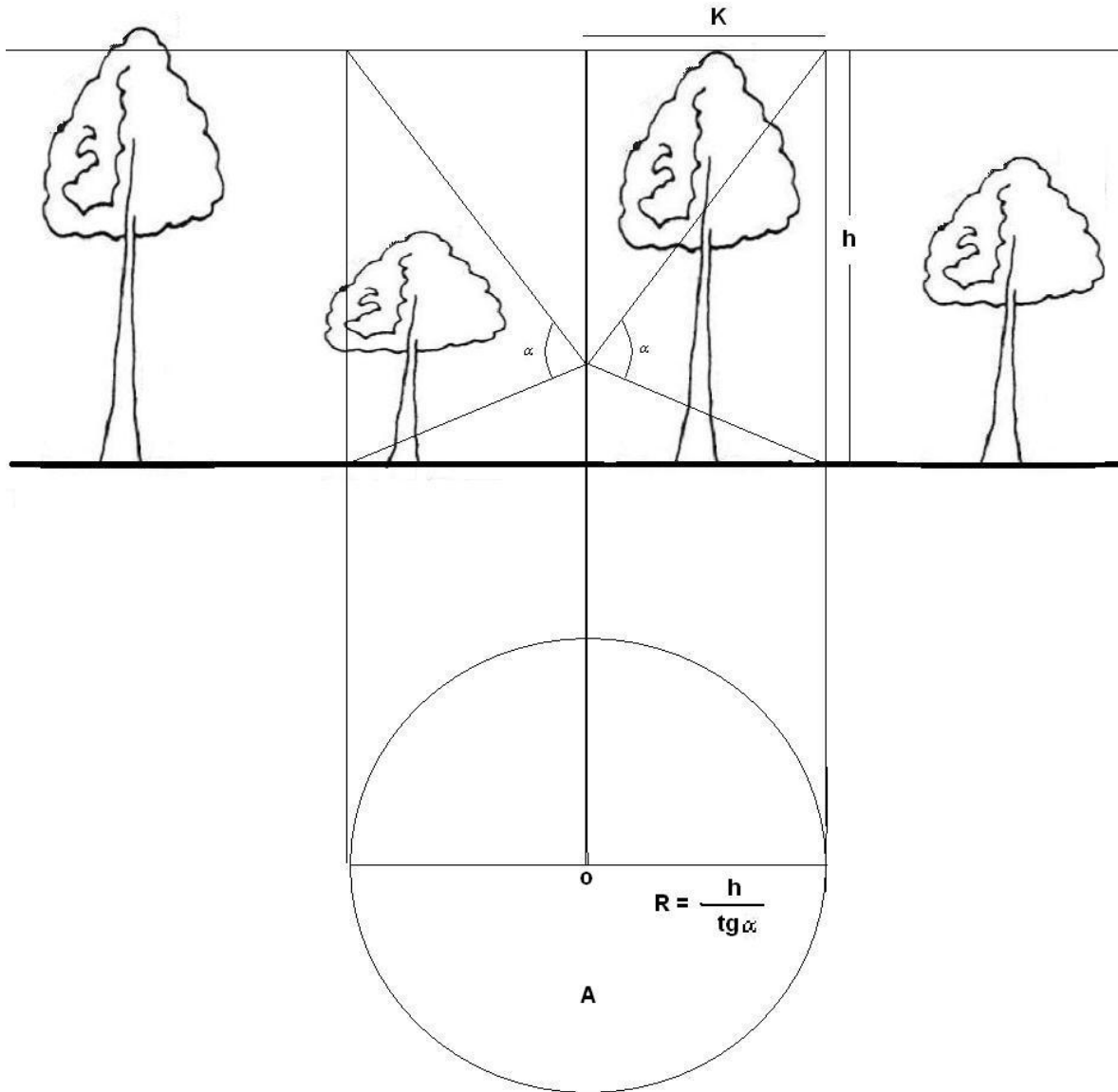



Figura 94. Estimação da altura média pelo método Hirata

onde: O = centro da PNV e PNA;
h = altura da árvore;
R = raio da parcela correspondente a árvore contada;
A = superfície da parcela.

$$R = \frac{h}{tg\alpha} \therefore R^2 = \frac{h^2}{tg^2\alpha}$$

A fórmula original de Hirata é:

$$H_h = 100 \cdot tg\alpha \sqrt{\left(\frac{1}{\pi} \cdot \frac{n}{N}\right)} \qquad \text{(a)}$$

Viu-se anteriormente que N pode ser calculado das seguintes maneiras:

$$N = K\left(\frac{1}{g_1} + \frac{1}{g_2} + \frac{1}{g_3} + ... + \frac{1}{g_n}\right) \text{ou} \quad N = \frac{10000}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{10000}{\pi R^2}$$

Empregando a segunda fórmula tem-se:

$$N = \frac{10000}{\pi\left(\frac{h}{tg\alpha}\right)^2} = \frac{10000}{\pi h^2} \cdot tg^2\alpha$$

Como o cálculo é feito para n árvores contadas na PNV, de altura média H, tem-se:

$$N = \frac{10000}{\pi H_h^2} \cdot tg^2\alpha \cdot n$$

onde: $$H_h = 100 \cdot tg\alpha \sqrt{\frac{1n}{\pi N}}$$

Bitterlich usa um ângulo α = 68° 50′ de maneira que:

$$tg\alpha = \sqrt{\frac{1}{2}\pi} = 1$$

O que torna a expressão inicial (a) em:

$$H_h = 100 \cdot \sqrt{\frac{2n}{N}}$$

No Japão o ângulo α é igual a 60°30′, o que equivale a uma altura de 44,31 na escala de 25 m e a fórmula de H_1 é dada por:

$$tg\alpha = \sqrt{\frac{1}{\pi}} = 1$$

onde: $$H_h = 100 \cdot \sqrt{\frac{n}{N}}$$

Neste segundo caso, a área e o número de árvores contadas na PNV será o dobro da anterior, porém a inclinação do ângulo sendo menor, traz resultados mais precisos.

Então, a altura média do povoamento, de acordo com o método de Hirata, será dada pela raiz quadrada da média harmônica das alturas ao quadrado.

$$H_H = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} H_h^2}{N}}$$

Este tipo de altura difere um pouco da calculada por LOREY.

Esta altura H_H pode ser usada em estudos de crescimento de povoamentos.

9.14 – ESTIMAÇÃO DA ÁREA BASAL PELO MÉTODO DE BITTERLICH – STRAND

O norueguês Lars Strand (1957) introduziu o uso das parcelas retangulares utilizando-se do Relascópio. Neste tipo de parcelas o observador percorre somente um lado de uma linha reta de 15,7 m (5п) de comprimento, parcelas estas que terão larguras variáveis como as parcelas das PNA (26). (Figura. 95).

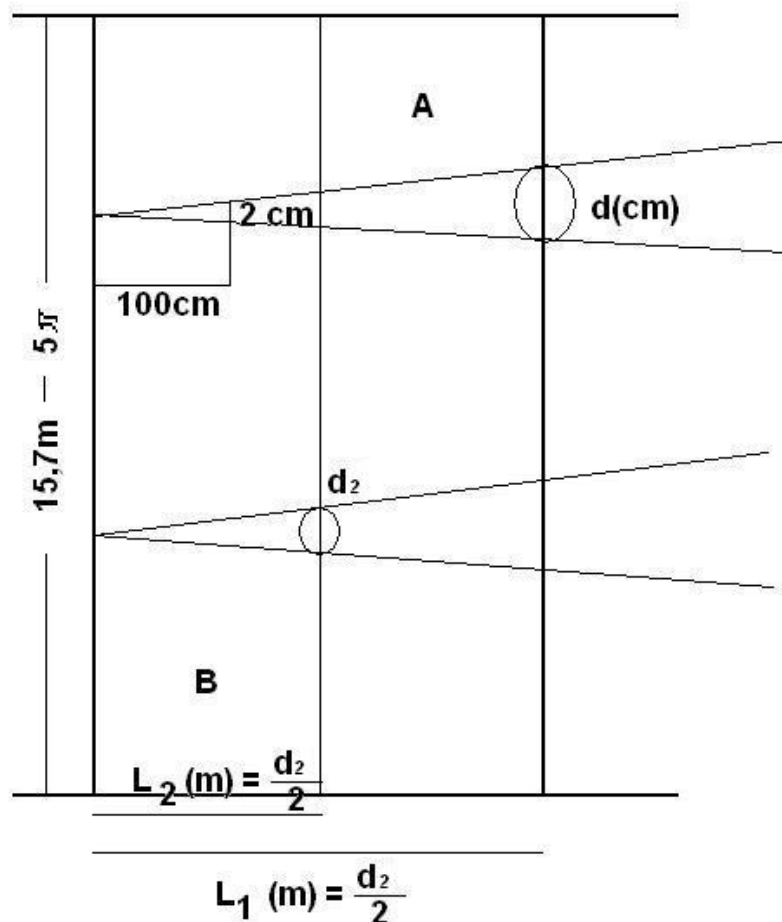



Figura 95. Estimação da área basal pelo método Bitterlich-Strand

onde: L_i = distância da linha base até o limite da parcela i determinada pela árvore de diâmetro j;
d_j = diâmetro da árvore;
A e B = superfícies das parcelas 1 e 2;
α = abertura da mira determinando um K = 1.

Para determinar a área basal o observador procede da seguinte maneira:

a) Percorrendo totalmente um lado da linha, ele conta todas as árvores que se apresentarem maiores que a banda 1 do relascópio ou de um prisma de 2 dioptrias (k=1);

b) Medindo os DAP'S das árvores contadas na PNR (prova de numeração retangular);

c) Sendo os diâmetros em cm e dividindo por 10, ele tem a AB/ha.

$$g = \frac{DAP}{10} \qquad \text{onde:} \qquad G = \sum g = \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{n} DAP's$$

Deduzindo a fórmula tem-se:

a) $$g(cm^2) = \frac{\pi}{4} \cdot d^2$$

$$g(m^2) = \frac{\pi \cdot d^2}{40.000}$$

b) A largura da parcela L corresponde a esta árvore será: L (m) = d/2, pelo fato de que quando se usa K = 1 a distância máxima que a árvore pode ficar para ser incluída é de 50 vezes seu diâmetro;

c) A superfície da parcela A será:

$$A(m^2) = 5\pi\frac{d}{2} \quad \text{e} \quad A(ha) = 5\pi\frac{d}{20.000}$$

d) Relacionando a ab da árvore com sua parcela tem-se:

$$\frac{g(m^2)}{A(ha)} = \frac{\pi\dfrac{d^2}{4.000}}{5\pi\dfrac{d^2}{20.000}} = \frac{d}{10} \quad \text{para cada árvore contada,}$$

onde:

$$G/ha = \frac{1}{10} \cdot \sum_{i=1}^{n}(DAP's)$$

9.15 – ESTIMAÇÃO DO NÚMERO DE ÁRVORES POR HECTARE PELO MÉTODO DE BITTERLICH – STRAND

Pelo método de Strand, a superfície de uma parcela A para uma árvore contada, corresponde a:

$$A(m^2) = 5\pi R = 5\pi\frac{d}{2} = 2,5\pi d$$

Relacionando com a área de 1 hectare tem-se:

$$N = \frac{10.000}{A} = \frac{10.000}{2,5\pi d} = \frac{1.273}{d}$$

onde:

$$N_t = \sum_{i=1}^{n} N = 1.273\left[\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} + \frac{1}{d_3} + ... + \frac{1}{d_n}\right]$$

Medindo-se a circunferência tem-se:

sendo d = c / π

$$N_t = 1.273\left[\frac{1}{\frac{c_1}{\pi}} + \frac{1}{\frac{c_2}{\pi}} + \frac{1}{\frac{c_3}{\pi}} + ... + \frac{1}{\frac{c_n}{\pi}}\right]$$

$$N_t = 1.273\left[\frac{\pi}{c_1} + \frac{\pi}{c_2} + \frac{\pi}{c_3} + ... + \frac{\pi}{c_n}\right]$$

$$N_t = 1.273 \cdot \pi\left[\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_3} + ... + \frac{1}{c_n}\right]$$

$$N_t = 3.999,24\left[\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_3} + ... + \frac{1}{c_n}\right]$$

$$N_t \cong 40.000\left[\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_3} + ... + \frac{1}{c_n}\right]$$

9.16 – VOLUME DA POPULAÇÃO USANDO-SE O RELASCÓPIO E EMPREGANDO O MÉTODO DE BITTERLICH – STRAND

Nesta estimação, Strand usa uma PNV (prova de numeração vertical) – Figura: 96.

O observador percorre uma linha base de 15,7 m (5π), observando as árvores que se encontram de um lado da linha.

Neste procedimento, contam-se as árvores cuja altura for superior a 2 vezes a distância do operador até a árvore, o que se consegue no Relascópio na escala de 25 m a uma altura de 50 m, o que corresponde a um ângulo cuja tangente é 63°30'. A leitura é feita igualmente as outras, isto é, uma da base e uma do ápice, somando-se ou subtraindo-se conforme for necessário.

Em seguida mede-se os DAP das árvores contadas, sendo que a soma dos quadrados destes diâmetros em cm, dividida por 10 e multiplicada pelo fator de forma médio da população (F), dá o volume total em m³ da população.

$$V = m^3 / ha = \frac{1}{10} \sum d^2 \cdot F$$

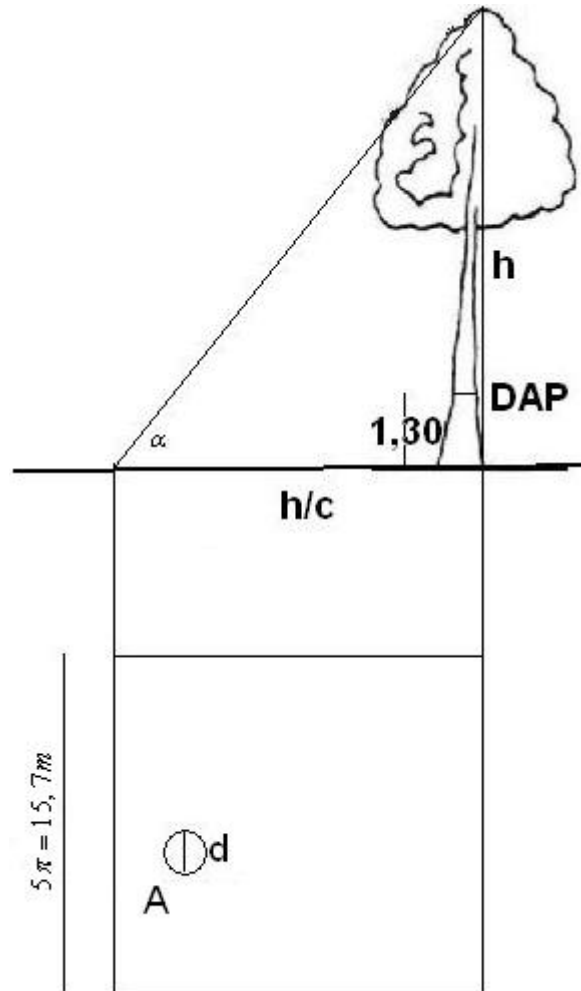



Figura 96. Método Bitterlich-Strand

A dedução da fórmula é feita da seguinte maneira:

a) $$g(cm^2) = \frac{\pi}{4} d^2$$

$$g(m^2) = \frac{\pi d^2}{40.000}$$

b) o volume desta árvore será:

$$V(m^3) = g \cdot h \cdot f = \frac{\pi \cdot d^2}{40.000} \cdot h \cdot f$$

c) tendo a parcela uma largura h/2, pois a distância entre a árvore e o observador e a metade da altura, a superfície da parcela será:

$$A(m^2) = 5\pi\left[\frac{h}{2}\right] \therefore A(ha) = 5\pi\left[\frac{h}{20.000}\right]$$

d) relacionando o volume da árvore com a superfície da sua parcela, tem-se:

$$\frac{V(m^3)}{A(ha)} = \frac{\pi\dfrac{d^2 \cdot h \cdot f}{40.000}}{\dfrac{5\pi h}{20.000}} = \frac{d^2}{10} \cdot f$$

Isto quer dizer que cada árvore contada na parcela, corresponde a um volume/ha em m³ (26).

Para as árvores contadas na parcela, o volume será:

$$V(m^3/ha) = \frac{1}{10} \cdot \sum_{i=1}^{n} (d^2) \cdot F$$

Deve-se frisar que este método só pode ser empregado quando se tem estimativas do valor de F médio do povoamento.

9.17 – DETERMINAÇÃO DA DECLIVIDADE (%)

Apesar do Relascópio de Espelho não possuir uma escala em % para determinação da declividade, pode-se conseguir esta por um processo muito simples, bastando-se multiplicar as leituras na escala 20 por 5, na de 25 por 4 e na 30 por 10/3 (7).

9.18 – ESTIMAÇÃO DA ALTURA DO POVOAMENTO, SEGUNDO BITTERLICH – STRAND

Com os cálculos de AB/ha e V (ha), tem-se condições de calcular a altura média do povoamento.

Sabe-se que:

$$V = 1/10 \sum (DAP^2) \cdot F$$

onde: F = fator de forma.

Sabe-se que:

$$V = G \cdot H \cdot F$$

relacionando, tem-se:

$$G \cdot H \cdot F = \frac{1}{10} \cdot \sum_{i=1}^{n} (DAP)^2 \cdot F$$

eliminando-se F:

$$G \cdot H = \frac{1}{10} \cdot \sum_{i=1}^{n} (DAPvertical)^2$$

Em (9.14) viu-se que

$$G / ha = \frac{1}{10} \cdot \sum_{i=1}^{n} (DAPhorizontal)$$

relacionando:

$$\frac{G \cdot H}{G} = \frac{\frac{1}{10} \cdot \sum_{i=1}^{n} (DAP^2 vertical)}{\frac{1}{10} \cdot \sum_{i=1}^{n} (DAPhorizontal)}$$

$$H = \frac{\sum_{i=1}^{n} (DAP^2 vertical)}{\sum_{i=1}^{n} (DAPhorizontal)}$$

onde: H = altura média do povoamento;

$\sum_{i=1}^{n} (DAP^2 vertical)$ = soma dos quadrados dos diâmetros contados na PNV - Strand.

$\sum_{i=1}^{n} (DAPhorizontal)$ = soma dos diâmetros contados na PNA de Strand.

9.19 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

Foi visto no item 9.11 que com o Relascópio de Espelho se pode determinar diâmetros a quaisquer alturas, sendo que em condições normais de uso, isto é, dentro das escalas de distâncias 15, 20, 25 e 30 m, o diâmetro máximo que se pode determinar a uma determinada altura é de 120 cm usando-se uma distância de 30 m. Isto quer dizer que diâmetros mais grossos que este, tornam-se difíceis de serem medidos com o relascópio de espelho, como também em florestas tropicais muito densas seu uso torna-se também limitado, pois para se medir área basal nestas florestas, precisa-se de constantes instrumentais maiores que 4, por

causa da grande densidade populacional. Com base nisto, foram desenvolvidas duas novas variações do Relascópio de Espelho: o Relascópio de Escalas Largas e o Tele-relascópio.

O Relascópio de Escalas Largas difere do tipo padrão somente no sistema de escalas (Figura 97), sendo concebido para facilitar medições de árvores com grandes diâmetros, como também possui grandes constantes instrumentais, pois, as mesmas são obtidas elevando-se cada unidade relascópica (banda) ao quadrado, ou seja, $K = n^2$. Como este modelo possui 11 bandas, pode-se então, obter um valor de K até 121 m^2/ha, que será multiplicado por N, dando a G/ha (8).

Além desta vantagem este modelo ainda possui mais duas escalas: a escala de declividade "P" e a escala de ângulos "D".

As medições neste modelo também devem ser feitas na linha de leitura (Figura 98).

O Tele-relascópio representa um modelo distinto dos dois anteriores, apesar do mecanismo ser basicamente o mesmo (Figura 99).

Este instrumento possui um sistema de escalas mais simples que os anteriores, além de possuir acoplado ao instrumento um sistema telescópico com um aumento de 8x, o que facilita as leituras (9).

A focalização de objetos distantes é feita, girando-se o aro da objetiva, acomodando, pois, as imagens individualmente através da ocular.

O instrumento funciona acoplado a um tripé próprio (Figura 99).

Além das funções normais que o Tele-relascópio possui igual a do Relascópio de Espelhos, ele pode também funcionar como um taqueômetro, diferindo dos mesmos em dois pontos: (a) possui um sistema ótico simples sem lentes analíticas; (b) corrige automaticamente a inclinação do terreno e determina a distância horizontal sem qualquer tipo de cálculo.

Este aparelho permite a conversão de leituras relascópicas em estimativas volumétricas, pelo uso de simples calculadoras de bolso.

O único inconveniente deste instrumento é referente às leituras de altura e área basal, pois estas devem ser convertidas para pés e pés quadrados, respectivamente. Como isto não pode ser feito no próprio Tele-relascópio, faz-se as correções sobre a régua horizontal padrão que acompanha o mesmo e que deve ser colocada no ato das medições, junto a árvore a ser medida.

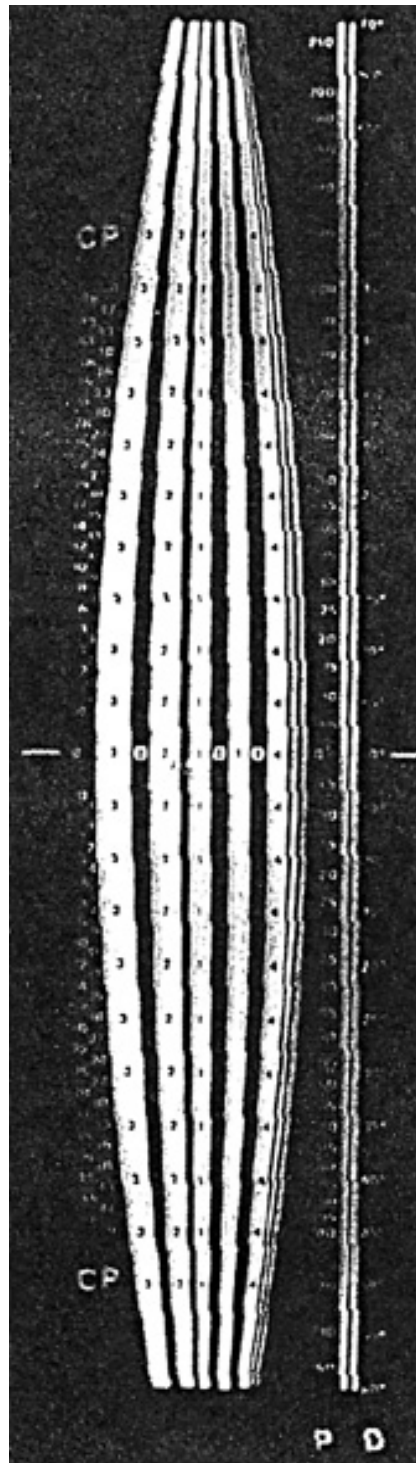



Figura 97 – Vista geral das escalas do Relascópio de Espelho de Escala Larga.

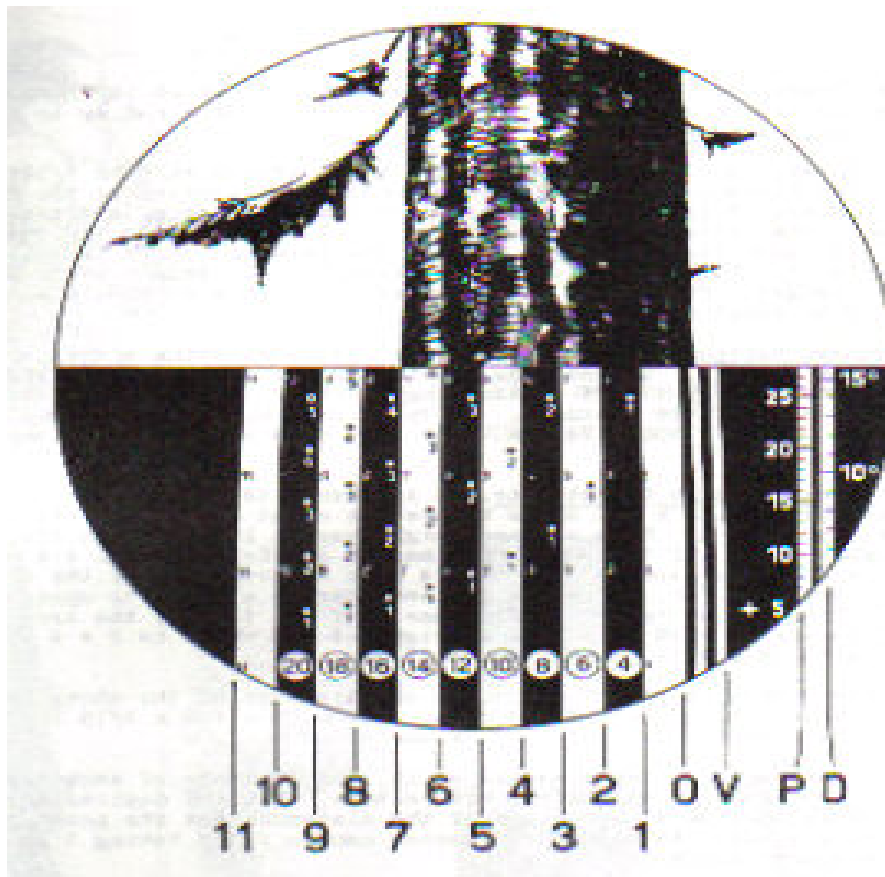



Figura 98 – Vista no ato da medição de um diâmetro no Relascópio de espelho de escalas largas. Os números de 1 a 11 referem-se as bandas. O P é a escala de declividade e o D escala de ângulos.

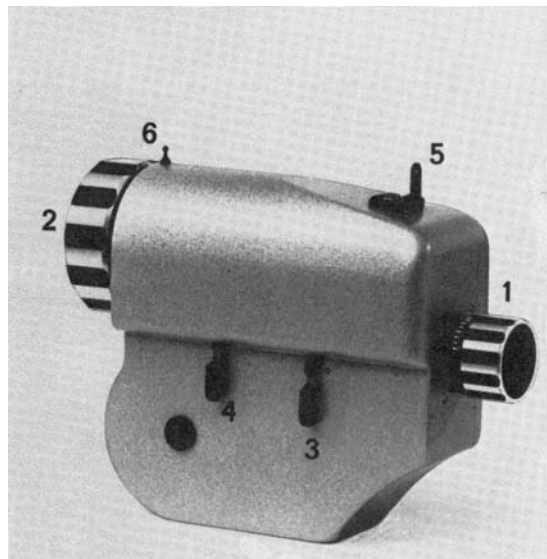



Figura 99. Tele-Relascópio. (1) ocular, (2) objetiva, (3) alavanca fixadora e libertadora de escalas, (4) alavanca reguladora da intensidade de luz na escala, (5) alça de mira, (6) mira.

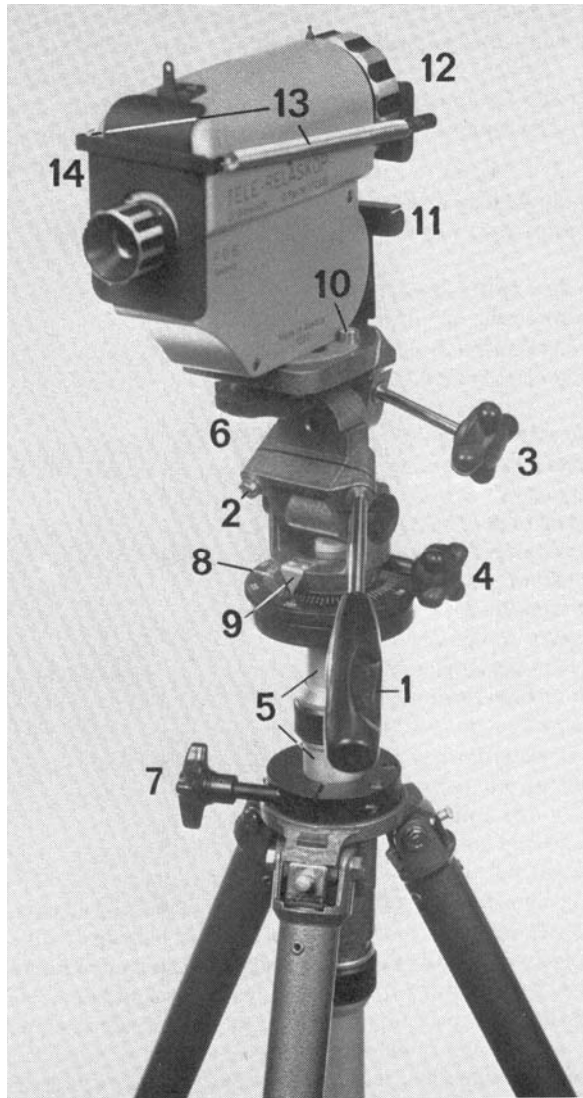



Figura 100. Tele-Relascópio no tripé. (1) Ajuste de direção; (2) Parafuso para ajuste da fricção da barra de direção; (3) movimenta para os lados; (4) para ajuste de rotação no eixo do tripé; (5) aumenta o pilar do tripé; (6) movimenta a base do instrumento; (7) controla o atrito de rotação do tripé; (8) circulo graduado de 360° a 400°; (9) marcação do círculo graduado; (10) botão para fixar o instrumento; (11) fixador do prisma; (12) prisma; (13) fixador da objetiva; e (14) lugar que o instrumento é anexado.

Instruções detalhadas sobre o Relascópio de Espelho de Escala Larga e Tele-Relascópio são encontradas em folhetos publicados pelo Depto. De Engenharia Agrícola e Florestal da Universidade Federal de Santa Maria – RS e Cometa Copiadora, Belo Horizonte – MG.

LITERATURA CITADA

01 – ALEIXO DA SILVA, J. A. Determinações de alturas de árvores-silvimetria. Curso de Especialização em Silvicultura, UFRPE. – SUDENE, 1975, 23p.

02 – ALEIXO DA SILVA, J. A. Análise de equações volumétricas para construção de tabelas de volume comercial Eucalyptus spp, segundo a espécie região e método de regeneração. Viçosa, MG. (Tese de M. S), 1977, 93p.

03 – ALLEN and SHAPE. An introduction to American forestry, New York, McGraw – Hill Book Company, Inc., 1960, 466p.

04 – ALVES DA SILVA, J. Biometria e estatística florestal, Santa Maria, RS, Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Ciências Agrárias, Departamento de Engenharia Agrícola e Florestal, 1975, 233p.

05 – BARRETO, L. G. Tabela de volume de m' curambira e da panga – panga, Instituto de Investigação Cientifica de Moçambique, 1966. 13p.

06 – BEERS, T. W. & GINGRICH, S. F. Construction of cubic-foot volume table for red oak in Pennsylvania. Jour For., 56: 210-14, 1958.

07 – BITTERLICH, W. Relascópio, escala métrica e escala larga. Salzburg, Feinmechanische Betriebsgesellschft M. B. H. 1ª parte, 1976, 23p.

08 – BITTERLICH, W. Relascópio, escala métrica e escala larga. Salzburg, Feinmechanische Betriebsgesellschft M. B. H. 2ª parte, 1976, 11p.

09 -BITTERLICH, W. Tele-Relascópio. Salzburg, Feinmechanische Betriebsgesellschft M. B. H. 1ª parte, 1976, 18p.

10 – BRUCE, D & SCHUMACHER, F. X. Forest mensuration, New York, McGraw – Hill Book Company, Inc. 1950. 438p.

11 – BURGER, D. Ordenamento florestal I (a produção florestal), Curitiba, Setor de Ciências Agrárias da UFP., 2ª ed. 1976, 155p.

12 – CAMPOS, J. C. C. & KRONKA, J. J. N. Tabela de volume comercial para Pinus elliottii Engelm. Silvicultura de São Paulo, 8:75-80, 1973.

13 – CAMPOS, J. C. C. Tabela de volume total e comercial para Pinus elliottii Engelm. Rev. Ceres, Viçosa 21 (116): 252-67 1974.

14 – CAMPOS, J. C. C. Dendrometria, Viçosa, Universidade Federal de Viçosa, CEAPUL, 1975, 64p.

15 – CARVALHO, A. Cubagem de madeiras, São Paulo, Editora LEP S. A., 1955, 19p.

16 – DILLEWIJN, F. J. V. Curso de dendrometria, Curitiba Escola de Florestas, 1968, 87p.

17 – DRESS, P. E. Statistical and mathematic application in the construction and adjustment of standard cubic-foot volume tables, School of Forestry, Pennsylvania. Sta. Univ., 1959, 69p. (Tese M. S).

18 – DUFF, G. Tree volume table. Wellington., New Zeland – Report of Forest Research Institute, 1967, 88p.

19 – FREESE, F. Testing accuracy, For Sci, 6 (2) 139-45, 1960.

20 – FURNIVAL, G. M. And index for comparing equation used in construction volume tables For Sci. 7 (4): 337-41, 1961.

21 – GOLDING, D. L. & HALL, O. F. Test of precision of cubic-foot tree volume equation on jack pine and white Spruce. For. Chron, 37 (2): 123-32, 1961.

22 – GOMES, A. M. Medição dos arvoredos. Lisboa, Livraria Sá da Costa, 1957, 413p.

23 – GURGEL, O. A. F. Silvimetria, São Paulo, Instituto Florestal de São Paulo, Curso Prático de Silvicultura, 139-189, 1974.

24 – HONER, T. G. & SAYN-WITTGENSTEIN, L. Report of the committer on forest mensuration, problem. Jour. For, 61 (9): 663-70, 1963.

25 – HONER, T. G. A new cubic-foot volume function, For Chren, 41: 476-93, 1965.

26 – HOUTTÉ, J. V. Empleo del relascópio de Bitterlich en la medición forestal. Buenos Aires, IDIA – Suplemento Florestal, 12: 83-118, 1964.

27 – HUDSON, R. G. Manual do engenheiro, Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora S. A., 1975, 369p.

28 – HUSCH, B., MILLER, C. I. & BEERS, T. S. Forest mensuration, New York, Ronald Press, 1972, 410p.

29 – I ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISADORES PARA PADRONIZAÇÃO DA TERMINOLOGIA FLORESTAL. Curitiba, UFP., Setor de Ciências Agrárias, Anais. 1976, 101p.

30 – JERRAM, M. R. K. Elementary forest mensuration, London, Thomas Murly, 1939. 126p.

31 – JIM and GEM. Forest Suppliers, USA, Inc. Mississipi N° 24, 1975, 593p.

32 – KRAMER & KOSILOWKI, Physiology of tree. New York, McGraw – Hill Book Company, Inc. 1960, 642p.

33 – LOETSCH, F. et alii, Forest inventory, Munique, BLV, volume II, 1973, 469p.

34 – MACIEL, R. Dendrometria, Recife, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Curso de Especialização em Silvicultura, UFRPE – SUDENE, 1975, 62p.

35 – MACKAY, E. Dasometria, Madri, Escuela Técnica de Ingenieros de Montes, 1964, 759p.

36 – MAYERS, C. C. et alii. Amostragem de Bitterlich. método de avaliação e aplicação prática. Viçosa. CEAPUL, 1968, 32p.

37 – MEYER, H. A. A correction for systematic error occurring in the application of the logaritimic volume equation. Pennsylvania, Forest School Research, 1941, 3p.

38 – MÜLLER, A. C. Dendrometria prática, Curitiba, Escola de Florestas, UFPR, 1972, 25p.

39 – PAULA NETO, F de., RIBEIRO, J. C. & VALENTE, O. F. Tabela de volume para Eucalyptus grandis, Viçosa, Rev. Ceres, 22 (121): 212-22, 1975.

40 – PAULA NETO, F de. Construction of standard volume table for Eucalyptus saligna in the Iron Region of Brazil, Lafayette, Purdue University, 1975. 101p.

41 – PAULA NETO, F de. Notas de aulas de mensuração florestal, Viçosa. Escola Superior de Florestas, 1976.

42 – RAMALHO, R. S. Dendrologia, Viçosa, UFV. Imprensa Universitária, CEAPUL, 1976, 123p.

43 – SALAZAR, R. S. Tabla de volume para las especies comerciales de la selva mesofitica del norte de Surinam. Mérida, Instituto Florestal Latino Americano de Investigacion Y Capacitacion, 1972.

44 – SCHUMACHER, F. X. & HALL, F. S. Logaritmic expression on the timber tree volume. Washington, D. C. Jour. Agric. Res., 47 (9): 719-34, 1933.

45 – SMITH, J. H. G., KER, J. W. & CSIMAZIA, J. Economics of reforestation of Douglas fir Western hemlock, and western red cedar in Vancouver Forest District. Vancouver, B. C., 1961, (For. Bull.3).

46 – SPIEDEL, G. O desafio da Amazônia. São Paulo, Revista Silvicultura, 1 (3): 19-32, 1976.

47 – SPURR, S. H. Forest inventory. New York, Ronald Press, 1952, 476p.

48 – SPURR, S. H. Simplified computation of volume and growth. Jour. For, 54 (12):914-22, 1954.

49 – TAYLOR, C. J. Introdução a silvicultura tropical, Piracicaba, Editora Edgar Ltda. 1969. 200p.

50 – VIDAL, J. V. et alii. Iniciación a la ciencia forestal, Barcelona, Imprenta Hispano Americana, S. A., 1959. 547p.

51 – XAVIER, D. A. Noções de silvicultura, Areia, Escola de Agronomia, 1957. np.